المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

مباراة توظيف الأساتذة بموجب عقود بالنسبة
للتعليم الثاني بسلكيه الإعدادي والتأهيلي
دورة يناير 2018
الموضوع

الاختبار	اختبار في مادة التخصص وديداكتيك مادة التخصص	مدة الانجاز :	4 ساعات
التخصص	الرياضيات	المعامل	3

تعليمات للمترشح

الإختبار يتكون من موضوعين:

- الموضوع الأول يتعلق بمادة ديداكتيك الرياضيات يتكون من وضعية ديداكتيكية (10 نقط)

- الموضوع الثاني يتعلق بمادة الرياضيات يتكون من أسئلة متعددة الإختيارات (10 نقط)

ملحوظة:

- جميع الأجوبة المتعلقة بأسئلة الإختبار (المكون من الموضوعين) تكون على **ورقة التحرير**.

- بالنسبة للموضوع الثاني (أسئلة متعددة الإختيارات) على النحو التالي :

Question 1 : 10+5 est égale à :
(a) 12 (b) 17 (c) 15 (d) 18

Question 2 : 12 est égal à :
(a) 6+7 (b) 5+7 (c) 7+8 (d) 6+6

كل سؤال يقبل جوابا أو جوابين و تتم الإجابة على **ورقة التحرير** بالطريقة التالية:

Question 1 : (c)
Question 2 : (b) et (d)

موضوع في ديداكتيك مادة الرياضيات:(10 نقط)

الوثيقة 1 :(النجاح في الرياضيات- الجذع المشترك العلمي و الجذع المشترك التكنولوجي - الصفحة 12)

نشاط A :

1) أوجد قواسم كل من الأعداد التالية: 2 ، 3 ، 5 ، 7 ، 11 ، 13 ، 37
تلاحظ أن كل عدد من الأعداد السابقة له قاسمان فقط
كل عدد من هذه الأعداد يسمى عددا أوليا
2) أكتب جميع الأعداد الأولية الأصغر من 5
3) هل العددان 1 و0 أوليان؟ علل جوابك
4) العدد 187 غير أولي. لماذا؟

نشاط B :

ليكن p و q عددين أوليين بحيث $p<q$ و $3<p$. نضع $n=p+q$

1) بين أن n غير أولي.
2) حدد أكبر قاسم للعدد n و الذي يخالف n.
3) بين أن كل قاسم للعدد n و يخالف n هو أصغر من q .
4) هل p قاسم للعدد n ؟

الوثيقة 2 :البرامج و القدرات المنتظرة و التوجيهات التربوية

1- مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية و مبادئ في الحسابيات (الصفحة 15)

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- الأعداد الزوجية و الأعداد الفردية - مضاعفات عدد، المضاعف المشترك الأصغر لعددين - قواسم عدد،القاسم المشترك لعددين - الأعداد الأولية، تفكيك عدد إلى عوامل أولية.	- توظيف الزوجية و تفكيك عدد إلى جذاء عوامل أولية في حل بعض المسائل البسيطة حول الأعداد الصحيحة الطبيعية	- يتم إدراج الرموز: $\in,\notin,\subset,\not\subset,\cup,\cap$ - يهدف تناول "مبادئ في الحسابيات" إلى استئناس التلاميذ ببعض أنماط البرهنة من خلال استعمال الأعداد الزوجية و الأعداد الأولية دون إفراط.

الجزء الأول:

أقترح أستاذ مادة الرياضيات على تلاميذته الأنشطة موضوع الوثيقة 1
بالاعتماد على فحوى الوثيقتين 1و 2 أجب عن الأسئلة التالية:

1- أ) حدد المستوى الدراسي المستهدف من هذه الأنشطة .
ب) أعط عنوانا للدرس المستهدف من هذه الأنشطة.
ج) أجب عن السؤال 3) من النشاط A
د) في حالة تعثر بعض التلاميذ في التعامل مع السؤال 3) من النشاط A ،كيف يمكن تدبير هذا الوضع؟
2- أ) حدد المعارف الأساسية التي يهدف إليها النشاط التمهيدي A .
ب) أعط صياغة رياضية دقيقة للمعارف الأساسية الواردة في النشاط A .
3- أعد صياغة جديدة للنشاط A حتى يكون ملائما أكثرا لاختياراتك.
4- أعط معالجة ديداكتيكية للنشاط A .
(كيفية تدبير النشاط داخل الفصل الدراسي مبرزا دور كل من الأستاذ و المتعلم)

5- أجب عن الأسئلة الواردة في النشاط B

6- حدد الهدف المراد تحقيقه من النشاط B

7- أ) ما هي الصعوبات التي قد تعترض المتعلم عند إنجاز النشاط B و حدد مصادرها المحتملة.

ب) اعط نموذج لوضعية الدعم لتجاوز هذه الصعوبات.

8- ترجم النصوص التالية إلى اللغة الفرنسية :

النص 1	كل عدد صحيح نسبي غير أولي يمكن تفكيكه إلى جداء عوامل أولية.
النص 2	المضاعف المشترك الأصغر لعددين صحيحين طبيعيين a و b هو أصغر مضاعف مشترك غير منعدم للعددين a و b
النص 3	الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x هو أكبر عدد صحيح نسبي أصغر أو يساوي x

الجزء الثاني :

1- يعتبر مفهوم العدد من المفاهيم الأساسية التي تركز عليها البرامج بجميع أسلاك التعليم الثانوي.
أعط كرنولوجيا تطور مفهوم العدد حسب مستويات التعليم الثانوي بسلكيه الإعدادي و التأهيلي.

2- نعلم أن: $\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$

أ) حدد خاصية محققة في $\mathbb{R}$ و غير محققة في $\mathbb{C}$

ب) حدد خاصية محققة في $\mathbb{Q}$ و غير محققة في $\mathbb{R}$

الجزء الثالث:

اقترح أستاذ الرياضيات على تلامذته التمرين التالي:
حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية x و y التي تحقق العلاقة: $(E)\ :\ 2^x+1=y^2$

1- لاحظ أحد التلاميذ أن: $x=3$ و $y=3$ يحققان العلاقة (E)
هل تعتبر ملاحظة التلميذ جوابا على السؤال المطروح ؟ (علل جوابك)

2- لاحظ أحد التلاميذ أن $x=3$ و $y=3$ هما العددان الوحيدان اللذان يحققان العلاقة (E) و علل ذلك بأنه إذا كان $x>3$ فإن $y>3$

أ) حدد نوع الاستدلال الذي اعتمد عليه التلميذ.

ب) هل ما توصل إليه التلميذ يدخل في خانة تعليل أو دليل أو برهان؟

ج) أذكر الخلل في الحل المقترح من طرف التلميذ.

د) اقترح حلا للتمرين يمكن تقديمه لتلاميذة الجذع المشترك العلمي.

موضوع في مادة الرياضيات:(10 نقط)

EXERCICE 1

On considère les ensembles suivants :

$$E_1 = \{7n \mid n \in \mathbb{N}\} \quad , \quad E_2 = \{4n \mid n \in \mathbb{N}\}$$
$$E_3 = \{28n \mid n \in \mathbb{N}\} \quad , \quad E_4 = \{30n \mid n \in \mathbb{N}\} .$$

Question 1 Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) $E_1 \subset E_3$. (b) $E_3 \subset E_2$. (c) $E_3 \cap E_4 = E_1$. (d) $E_1 \cap E_2 = E_3$.

Question 2 Soit E un ensemble non vide et $a \in E$. On note $\mathcal{P}(E)$ l'ensemble des parties de E et on considère l'application :

$$f : \left| \begin{array}{lcl} \mathcal{P}(E) & \longrightarrow & \mathcal{P}(E) \\ X & \longmapsto & \begin{cases} X \cup \{a\} & \text{si} \quad a \notin X , \\ X \setminus \{a\} & \text{si} \quad a \in X . \end{cases} \end{array} \right.$$

Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) Si E est fini alors f est injective et non surjective.

(b) f est surjective non injective.

(c) f est bijective.

(d) f n'est injective ni surjective.

Question 3 On suppose que E est fini de cardinal $n \geq 2$; et on note :
$\mathcal{P}_0(E)$ l'ensemble des parties de E de cardinal pair.
$\mathcal{P}_1(E)$ l'ensemble des parties de E de cardinal impair.
On a alors,

(a) $\text{card}(\mathcal{P}_0(E)) = 2n$.

(b) $\text{card}(\mathcal{P}_0(E)) = 2\text{card}(\mathcal{P}_1(E))$.

(c) $\text{card}(\mathcal{P}_1(E)) = 2^{n-1}$. ✓

(d) $\text{card}(\mathcal{P}_0(E)) = \text{card}(\mathcal{P}_1(E))$. ✓

EXERCICE 2

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$; on note A le point d'affixe $z_A = 1$ et on considère la transformation φ qui à chaque point $M(z)$ associe le point $M'(z')$ tel que :

$$z' = (1+i)z - i .$$

Question 4 Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) Le triangle AMM' est isocèle rectangle en M .

(b) Le triangle AMM' est isocèle rectangle en M' .

(c) Le triangle AMM' est équilatéral .

(d) Une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MM'}\right)$ est $\frac{\pi}{4}$.

Question 5 Soient B le symétrique du point A par rapport à l'origine du repère O, M le point d'affixe $z = \dfrac{-1+i}{2}$ et M' son image par φ ; alors :

(a) Les points A, B, M et M' appartiennent au cercle de diamètre $[AM']$.

(b) Les points A, B, M et M' n'appartiennent à aucun cercle.

(c) Les points A, B, M et M' appartiennent au cercle de diamètre $[AB]$.

(d) Les points A, B, M et M' appartiennent au cercle d'équation cartésienne $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \dfrac{5}{4}$.

EXERCICE 3

Dans l'espace euclidien orienté $\mathbb{R}^3$ rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points A, B et C, de coordonnées :

$$A(1,0,-1) \quad , \quad B(0,2,-2) \quad , \quad C(2,2,2)$$

Question 6 Soit $\vec{n}_1\,(4,1,-2)$. Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) Le vecteur $\vec{n}_1$ est un vecteur directeur de la droite (AB).

(b) Le vecteur $\vec{n}_1$ est un vecteur directeur de la droite (AC).

(c) Le vecteur $\vec{n}_1$ est normal au plan (ABC). ✓

(d) Le point C appartient à la droite passant par A et dirigée par le vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Question 7 Une équation cartésienne du plan (ABC) est :

(a) $4x+y-2z=6$. ✓ (b) $4x-y+2z=6$. (c) $2x+4y-z=1$. (d) $x+2y-4z=1$.

Question 8 Soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation cartésienne : $x-2y+z=0$. Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

✓ (a) Les deux plans $\mathcal{P}$ et (ABC) sont perpendiculaires.

(b) Les deux plans $\mathcal{P}$ et (ABC) sont parallèles.

(c) Le vecteur $\vec{n}_1$ est normal au plan $\mathcal{P}$.

✓ (d) Les deux points A et C appartiennent à $\mathcal{P}$.

EXERCICE 4

Soit la suite $(a_n)_{n\geq 2}$ définie par :

$$\forall n \geq 2 : a_n \in \left]0,\pi\right[\quad \text{et} \quad \sin(a_n) = \frac{a_n}{n}.$$

Question 9 Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) La suite $(a_n)_{n\geq 2}$ est convergente de limite 0 .

(b) La suite $(a_n)_{n\geq 2}$ est croissante.

(c) La suite $(a_n)_{n\geq 2}$ est décroissante.

(d) Pour tout $n \geq 2 : a_n \leq \frac{\pi}{2}$.

Question 10 Il existe deux réels a et b et une suite $(\varepsilon_n)_{n\geq 2}$ convergeant vers 0 , tels que pour tout $n \geq 2$, on a $a_n = a + \frac{b}{n} + \frac{1}{n}\varepsilon_n$, alors :

(a) $a = 0$ et $b = \frac{\pi}{2}$.

(b) $a = \pi$ et $b = -\pi$.

(c) $a = \frac{\pi}{2}$ et $b = -\pi$.

(d) $a = \pi$ et $b = -\frac{\pi}{2}$.

Question 11 On note A l'ensemble :

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \sin(x) = x^2 + x + 1\right\} ;$$

Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) $A \subset [0,1]$.

(b) $A \subset]-1,0[$.

(c) A n'est pas borné.

(d) A contient au moins trois éléments

EXERCICE 5

Soit l'équation différentielle

$$\left(1+x^2\right) y'(x) + 2xy(x) = \frac{1}{x} , \qquad (E)$$

que l'on étudie sur $I =]0, +\infty[$.

Question 12 Soient $y_0 \in \mathbb{R}$ et f la solution de (E) sur I telle que $f(1) = y_0$. La tangente $\mathcal{T}_A$ à la courbe représentative de f au point $A(1, y_0)$ admet pour équation :

(a) $y = y_0 + (1-y_0)(x-1)$.

✓ (b) $y = \frac{1}{2}(x-1) - y_0(x-2)$.

(c) $y = (1-y_0)x + 2y_0 - 1$.

(d) $y = \left(\frac{1}{2} + y_0\right) x + 2y_0 - 1$.

Question 13 Les tangentes $\mathcal{T}_A$, lorsque y_0 varie, sont :

(a) Concourantes au point $B(3,2)$.

(b) Parallèles .

(c) Concourantes au point $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$.

(d) Concourantes au point $B(1,1)$.

EXERCICE 6

Soit f et g la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$, par $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$.

Question 14 Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) f est croissante.

(b) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq 0$.

(c) f est bornée.

(d) f est paire.

Question 15 On note g la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$, par $g(x) = \displaystyle\int_0^1 \frac{e^{-x^2(1+t^2)}}{1+t^2}\,dt$; alors :

(a) g est de classe C^1 sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = 2e^{-x^2} f(x)$.

(b) g est de classe C^1 sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = -2f'(x)f(x)$.

(c) $g(0) = \dfrac{\pi}{4}$.

(d) $g(0) = \dfrac{\pi}{2}$.

Question 16 En considérant la fonction $g + f^2$, on peut alors conclure que :

(a) f admet une limite en $+\infty$ qui vaut $\dfrac{\pi}{2}$.

(b) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

(c) f admet une limite en $+\infty$ qui vaut $\dfrac{\sqrt{\pi}}{2}$.

(d) f admet une limite en $+\infty$ qui vaut $\dfrac{\pi}{4}$.

EXERCICE 7

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(2k+1)^2}$. La suite $(S_n)_n$ est croissante et majorée et donc convergente. On se propose de calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$, notée $\displaystyle\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$.

Question 17 Pour tout $x \in \left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[$, on a :

(a) $\dfrac{4}{\sin^2(x)} = \dfrac{1}{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)} + \dfrac{1}{\sin^2\left(\frac{x}{4}\right)}$.

(b) $\dfrac{4}{\sin^2(x)} = \dfrac{1}{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)} + \dfrac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi - x}{2}\right)}$.

(c) $\dfrac{2}{\sin^2(x)} = \dfrac{1}{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)} + \dfrac{1}{\sin^2\left(\frac{x+\pi}{2}\right)}$.

(d) $\dfrac{2}{\sin^2(x)} = \dfrac{1}{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)} + \dfrac{1}{\sin^2\left(\frac{x}{4}\right)}$.

Question 18 On démontre par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$:

(a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{2^{n-1}-1} \frac{1}{\sin^2\left(\frac{(2k+1)\pi}{2^{n+1}}\right)} = 2^n$.

(b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{2^{n-1}-1} \frac{1}{\sin^2\left(\frac{(2k+1)\pi}{2^{n+1}}\right)} = 2^{2n-1}$.

(c) $\displaystyle\sum_{k=0}^{2^{n-1}-1} \frac{1}{\sin^2\left(\frac{(2k+1)\pi}{2^{n+1}}\right)} = 2^{4n-3}$.

(d) $\displaystyle\sum_{k=0}^{2^{n-1}-1} \frac{1}{\sin^2\left(\frac{(2k+1)\pi}{2^{n+1}}\right)} = 2^{3n-2}$.

✓ **Question 19** Soit g la fonction définie sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right]$, par $g(x) = \frac{1}{\sin^2(x)} - \frac{1}{x^2}$. Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0^+} g(x) = -\infty$.

(b) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0^+} g(x) = +\infty$.

(c) g est bornée sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right]$. ✓

(d) g n'est pas prolongeable par continuité à droite de 0.

✓ **Question 20** En majorant $\left|\sum\limits_{k=0}^{2^{n-1}-1} \left(\frac{1}{\sin^2(x_k)} - \frac{1}{(x_k)^2}\right)\right|$ avec $x_k = \frac{(2k+1)\pi}{2^{n+1}}$, on démontre que :

(a) $\sum\limits_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

(b) $\sum\limits_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

(c) $\sum\limits_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{12}$.

(d) $\sum\limits_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{4}$.

الاختبار	اختبار في مادة التخصص وديداكتيك مادة التخصص	مدة الإنجاز :	3 ساعات
التخصص	الرياضيات	المعامل	3

تعليمات للمترشح

الإختبار يتكون من موضوعين:

- الموضوع الأول يتعلق بمادة ديداكتيك الرياضيات يتكون من ثلاث وضعيات ديداكتيكية مستقلة فيما بينها (20 نقطة).

- الموضوع الثاني يتعلق بمادة الرياضيات يتكون من أسئلة متعددة الإختيارات (20 نقطة)

ملحوظة:

- جميع الأجوبة المتعلقة بأسئلة الإختبار (المكون من الموضوعين) تحرر على **ورقة التحرير**.

- الموضوع الثاني المتعلق بأسئلة متعددة الاختيارات على النحو التالي :

Question 1 : 10+5 est égale à :	
A) 12 B) 17 C) 15 D) 18	
Question 2 : 12 est égal à :	
A) 6+7 B) 5+7 C) 7+8 D) 6+6	

كل سؤال يقبل جوابا أو جوابين صحيحين و تتم الإجابة على **ورقة التحرير** بالطريقة التالية:

Question 1 : C)
Question 2 : B) et D)

موضوع في ديداكتيك مادة الرياضيات: (20 نقطة)

الجزء الأول

I. نعتبر الوثيقة 1 المقتطفة من كتيب التوجيهات التربوية و البرامج الخاصة بتدريس مادة الرياضيات بسلك التعليم الثانوي التأهيلي (نوننبر2007) في الصفحة 21 منه في شأن الجداء السلمي:

الوثيقة 1:

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
-تعريف و خاصيات؛ - الصيغة المثلثية؛ - تعامد متجهتين؛ - بعض تطبيقات الجداء السلمي: • العلاقات المترية في مثلث قائم الزاوية؛ • مبرهنة المتوسط؛ • مبرهنة الكاشي.	-التعبير عن المسافة و التعامد بواسطة الجداء السلمي. - استعمال الجداء السلمي في حل مسائل هندسية. - استعمال مبرهنة الكاشي و مبرهنة المتوسط لحل تمارين هندسية.	- يتم تقديم الجداء السلمي و خاصياته انطلاقا من الإسقاط العمودي. - ينبغي التأكيد على دور هذه الأداة في تحديد بعض المحلات الهندسية في المستوى و في حساب الأطوال و المساحات و قياسات الزوايا. - تعتبر الصيغة التحليلية للجداء السلمي خارج المقرر.

1) ما هو المستوى الدراسي المستهدف من هذه الوثيقة؟
2) ما هي المعارف الأساسية المستهدفة من هذا الدرس؟
3) حدد المكتسبات القبلية اللازمة لهذا الدرس.
4) قدم تعريفا للجداء السلمي للمستوى المستهدف من هذا الدرس.
5) ما المقصود بالمحلات الهندسية الواردة في الوثيقة 1؟
6) ترجم إلى اللغة الفرنسية عى شكل جدول من ثلاثة أعمدة ما ورد في الوثيقة 1.

II. نقترح عليك من درس الجداء السلمي، الوثيقة 2 التالية المقتبسة من كتاب مدرسي:

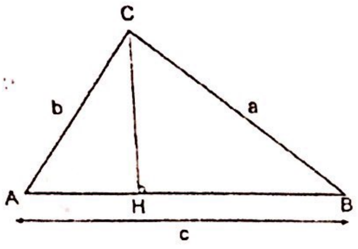
الوثيقة 2 :

نشاط 6 صيغة الجيوب

ليكن ABC مثلثاً في المستوى بحيث : $BC = a$ و $AC = b$ و $AB = c$.

ليكن H المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB).

لتكن S مساحة المثلث ABC.



1) بيّن أن $HC = b\sin\widehat{A}$ واستنتج أن $S = \frac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$

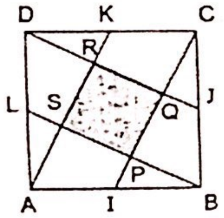
2) بيّن أن $S = \frac{1}{2}bc\sin\widehat{A} = \frac{1}{2}ca\sin\widehat{B} = \frac{1}{2}ab\sin\widehat{C}$

واستنتج أنّ : $\frac{\sin\widehat{A}}{a} = \frac{\sin\widehat{B}}{b} = \frac{\sin\widehat{C}}{c} = \frac{2S}{abc}$

نشاط 7 حساب الأطوال والمساحات

ليكن ABCD مربّعا و I و J و K و L منتصفات القطع [AB] و[BC] و [DC] و [DA] على التوالي (انظر الشكل).

نضع $AB = a$.



1) احسب $(\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BC}).(\overrightarrow{LA} + \overrightarrow{AB})$

2) استنتج أنّ (IC) عمودي على (LB).

3) احسب $\overrightarrow{IC}.\overrightarrow{BJ}$ (P و Q هما المسقطان العموديان لـ B و J على (IC) على التوالي).

4) استنتج PQ بدلالة a

5) بيّن أنّ PQRS مربّع ولتكن s مساحته.

6) بيّن أنّ $s = \frac{1}{5}a^2$

نشاط 8 تحديد المجلات الهندسية

لتكن A و B نقطتين من المستوى بحيث $AB = 5cm$. ولتكن I منتصف [AB].

A) لتكن $(\mathscr{C}_1)$ مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$

1) بيّن أنّ $M \in (\mathscr{C}_1)$ إذا وفقط إذا كان $MI = IA$

2) استنتج طبيعة $(\mathscr{C}_1)$ وحدّد عناصرها المميزة ثم أنشئ $(\mathscr{C}_1)$.

B) لتكن $(\mathscr{C}_2)$ مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = -4$

1) بيّن أنّ $M \in (\mathscr{C}_2)$ إذا وفقط إذا كان $MI = \frac{3}{2}$

2) استنتج طبيعة $(\mathscr{C}_2)$ وحدّد عناصرها المميزة ثم أنشئ $(\mathscr{C}_2)$

1) حدد طبيعة كل نشاط وارد في هذه الوثيقة (هل هو بنائي؟ أم تذكيري؟ أم إغنائي؟ أم توسيعي؟....) مع تقديم التعليل المناسب.

2) ما هو الهدف من كل نشاط تبعا لما جاء في الوثيقة 1؟

3) نعتبر نشاط 7 (حساب الأطوال و المساحات) الوارد في الوثيقة 2.
أ) أذكر بعض الصعوبات التي قد تعترض المتعلم عند إنجاز هذا النشاط؟
ب) اعط وضعية داعمة لتجاوز هذه الصعوبات.

4) يأتي مفهوم المساحة في برنامجي مادة الرياضيات بسلك التعليم الثانوي الإعدادي و بسلك التعليم الثانوي التأهيلي كمعرفة مستهدفة أو كأداة للبرهان الرياضي أو لتقديم بعض المفاهيم.
أ) اعط ثلاثة عناوين لدروس من هذين البرنامجين يندرج فيها مفهوم المساحة كمعرفة مستهدفة.
ب) اعط برهانا لخاصية فيتاغورس المباشرة باستعمال مفهوم المساحة.

5) هل يمكن حل السؤال B 2) من نشاط 8 (تحديد المحلات الهندسية) في إطار تحليلي لمستوى الجذع المشترك؟ علل جوابك.

الجزء الثاني

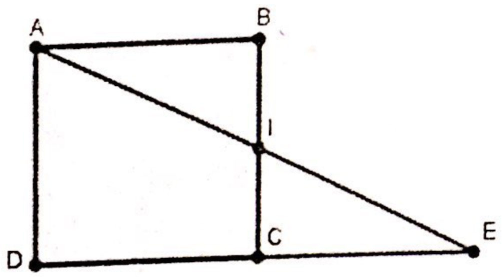
في ما يلي نص تمرين، اقترح في سياق فصل دراسي من طرف أستاذ، مصحوبا بجواب خاطئ قدم من طرف أحد التلاميذ:

نص التمرين:

ABCD مربع. I منتصف القطعة [BC]

و E مماثلة D بالنسبة للنقطة C.

بين أن I منتصف القطعة [AE].



جواب التلميذ:

لدينا ABCD مربع إذن(BC)//(AD). Cمنتصف [DE] لأن E مماثلة D بالنسبة للنقطة C.

في المثلث ADE، المستقيم (CI) يوازي (AD) و يمر من منتصف الضلع [DE] إذن هذا المستقيم يقطع الضلع الثالث[AE] في منتصفه I.

ما هو مطلوب من المترشح:

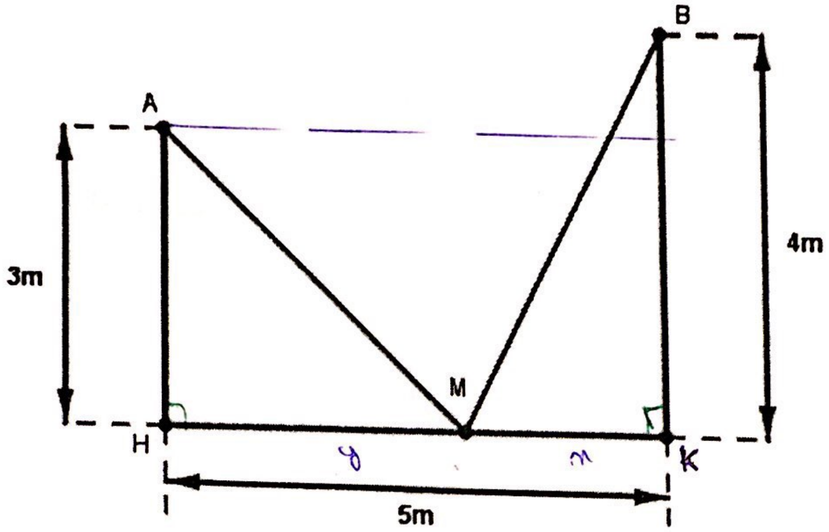
1) أبرز الخطأ الوارد في جواب التلميذ محددا مصدرا ممكنا له.

2) حدد الإجراء المناسب لمعالجة خطأ التلميذ.

الجزء الثالث

اقترح أستاذ مادة الرياضيات الوضعية التالية على تلامذته:

يتوفر شخص على سلمين لهما نفس الطول L بحيث يمكن أن يضعهما بين حائطين AH و BK وفق الشكل أدناه:



حدد قياس طول السلمين.

ما هو مطلوب من المترشح:

1) ما هو المستوى الذي يمكن أن تقترح له هذه الوضعية؟
2) بين هندسيا وجود حل لهذه الوضعية.
3) ما هي المعارف و التقنيات الضرورية لحل هذه الوضعية من طرف التلميذ؟
4) أعط حلا لهذه الوضعية بعد تقديم صياغة جديدة لنصها تكون في متناول جل التلاميذ.

موضوع في مادة الرياضيات:(20 نقطة)

QUESTION1 :

Soit f une application de $]0,+\infty[$ vers $]0,+\infty[$. Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) La négation de « $(\forall x>0)\ (\exists y>0)\ :\ y\neq f(x)$ » est « $(\exists x>0)\ (\exists y>0)\ :\ y=f(x)$ »

B) La négation de « $(\exists x>0)\ (\forall y>0)\ :\ y\times f(x)>0$ » est « $(\forall x>0)\ (\exists y>0)\ :\ y\times f(x)<0$ »

C) La négation de « $(\forall x>0)\ (\forall y>0)\ :\ x\neq y \Rightarrow f(x)\neq f(y)$ » est
« $(\exists x>0)\ (\exists y>0)\ :\ x=y\ \ et\ \ f(x)=f(y)$ »

D) La négation de « $(\forall x>0)\ (\forall y>0)\ :\ f(x)=f(y) \Rightarrow x=y$ » est
« $(\exists x>0)\ (\exists y>0)\ :\ x\neq y\ \ et\ \ f(x)=f(y)$ »

QUESTION2 :

Soit A une parie non vide majorée de $\mathbb{R}$.
Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) L'ensemble A admet un plus grand élément que l'on appelle sa borne supérieure

B) L'ensemble A admet une borne supérieure a caractérisée par les deux propriétés :
$(i)\ (\forall x\in A)\ ,\ x\leq a$ et $(ii)\ (\forall \varepsilon>0), (\forall x\in A)\ :\ x\geq a-\varepsilon$

C) L'ensemble A admet une borne supérieure a caractérisée par les deux propriétés :
$(i)\ (\forall x\in A)\ ,\ x\leq a$ et $(ii)\ (\forall \varepsilon>0), (\exists x\in A)\ :\ x\geq a-\varepsilon$

D) L'ensemble A admet une borne supérieure a caractérisée par la propriété :
$(\forall x\in\mathbb{R})\ \left[(\forall y\in A\ \ ;\ y\leq x)\ \Rightarrow (x\geq a)\right]$

QUESTION3 :

Soient a,b et c trois réels quelconques. Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) $|a+b|\leq|a-c|+|c+b|$

B) $\big||a|-|b|\big|\geq|a-b|$

C) $|b-a|+|b-c|+|a-c|=2\left[\max\{a,b,c\}-\min\{a,b,c\}\right]$

D) $|a+b|+|a+c|+|b+c|=|a+b+c|+|a|+|b|+|c|$

QUESTION4 :

Soit E un ensemble à n éléments $(n\geq1)$ et a un élément de E . On note $\mathrm{P}_a(E)$ l'ensemble des parties de E qui contiennent l'élément a . On a :

A) $card(\mathrm{P}_a(E))=n-1$

B) $card(\mathrm{P}_a(E))=2^{n-1}$

C) $card(\mathrm{P}_a(E))=n$

D) $card(\mathrm{P}_a(E))=2^n$

QUESTION5 :

Dans l'ensemble $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$, l'équation :

A) $5x-67y=1$ admet comme ensemble de solutions : $S=\{(27+67k;2+5h)/(k,h)\in\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\}$

B) $18x+21y=1$ admet au moins une solution

C) $21x-45y=3$ admet comme ensemble de solutions : $S=\{(-2+15k;-1+7k)/\ k\in\mathbb{Z}\}$

D) $\frac{2}{3}x+\frac{4}{5}y=1$ admet au moins une solution

QUESTION6 :

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$, l'équation (E): $z^8=\bar{z}$

Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) Si z est une solution de (E) , alors $z=0$

B) Si z est une solution de (E) , alors $z=0$ ou $|z|=1$

C) L'équation (E) admet exactement 8 solutions distinctes.

D) Les solutions non nulles de (E) sont les racines $9-iemes$ de l'unité.

QUESTION7 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct. Soit E l'ensemble des points M d'affixe z tel que : $\left|\frac{z-1}{1+iz}\right|=\sqrt{2}$; on a :

A) E est une droite

B) E est le cercle de centre l'origine du repère et de rayon $\sqrt{2}$

C) $E=\varnothing$

D) E est le cercle de rayon 2 et de centre le point d'affixe $-1+2i$

QUESTION8 :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère la droite (Δ) d'équation : $y=x$ et on note (D) une droite perpendiculaire à (Δ) et qui est à distance 1 de l'origine du repère. Une équation cartésienne de (D) est :

A) $x-y+\sqrt{2}=0$ B) $x+y+\sqrt{2}=0$ C) $x+y-\sqrt{2}=0$ D) $x-y-\sqrt{2}=0$

QUESTION9 :

On dispose de deux pièces de monnaie :

La pièce A donne face avec la probabilité $\frac{1}{2}$; la pièce B donne face avec la probabilité $\frac{2}{3}$.

On choisit une des deux pièces au hasard. On la lance. Si l'on obtient face, on conserve la pièce que l'on vient de lancer, si non on change de pièce. On effectue ainsi une suite de lancers.

On note p_n la probabilité de jouer avec la pièce A au n-ième lancer . On a :

A) $p_{n+1}=\frac{1}{6}p_n+\frac{1}{3}$ B) $p_{n+1}=\frac{1}{2}p_n+\frac{1}{3}$ C) $p_{n+1}=\frac{1}{6}p_n+\frac{2}{3}$ D) $p_{n+1}=\frac{1}{2}p_n+\frac{2}{3}$

QUESTION10 :

Soit $a>0$. On définit la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ par : $u_0>0$ et pour $n\geq 0$, $u_{n+1}=\dfrac{u_n^2+a^2}{2u_n}$. On a :

A) La suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est strictement croissante.

B) $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$, $u_n\geq a$ et la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ est décroissante.

C) Pour tout $n\in\mathbb{N}$, $|u_{n+1}-a|\leq\dfrac{|u_1-a|}{2^n}$

D) La suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est divergente.

QUESTION11 :

Soit $f:[0,1]\mapsto\mathbb{R}$ une fonction continue telle que : $f(0)>0$ et $f(1)<0$

Par la méthode de dichotomie on construit deux suites $(a_n)_{n\geq 0}$ et $(b_n)_{n\geq 0}$, avec : $a_0=0$ et $b_0=1$.

Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) $(a_n)_{n\geq 0}$ et $(b_n)_{n\geq 0}$ sont des suites adjacentes

B) L'équation : $f(x)=0$ admet une unique solution sur $[a_0,b_0]$

C) Si $f(a_n)<0$ et $f\left(\dfrac{a_n+b_n}{2}\right)>0$, alors $a_{n+1}=\dfrac{a_n+b_n}{2}$ et $b_{n+1}=b_n$

D) Les deux suites $(a_n)_{n\geq 0}$ et $(b_n)_{n\geq 0}$ convergent vers la même limite, et cette limite commune est une solution de l'équation $f(x)=0$ sur $[0,1]$

QUESTION12 :

Pour tout entier naturel non nul n, on pose : $v_n=\displaystyle\sum_{k=n}^{k=2n-1}\frac{1}{n+k}$. On a :

A) La suite $(v_n)_{n\geq 1}$ est convergente et sa limite est : $\ln 3$

B) La suite $(v_n)_{n\geq 1}$ est convergente et sa limite est : $\dfrac{3}{2}$

C) La suite $(v_n)_{n\geq 1}$ est convergente et sa limite est : $\ln\dfrac{3}{2}$

D) La suite $(v_n)_{n\geq 1}$ est divergente

QUESTION13 :

Soit $f(x)=\dfrac{(2x)^x}{x^{(2x)}}$. Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

B) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$

C) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$

D) f n'admet pas de limite en $+\infty$

QUESTION 14 :

Soit f une fonction continue sur un intervalle I de $\mathbb{R}$. Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) Si I est borné, alors f est bornée et atteint ses bornes sur I

B) Si a et b sont deux éléments de I, et si $f(a) \leq y \leq f(b)$, alors il existe c entre a et b tel que $f(c)=y$

C) Si I est ouvert, alors $f(I)$ est un intervalle ouvert

D) Si I est fermé, alors $f(I)$ est un intervalle fermé

QUESTION15 :

Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) Le DL_2 de $\frac{1}{-2+h}$ au voisinage de 0 est : $-\frac{1}{2}+\frac{h}{2}+\frac{h^2}{4}+o(h^2)$

B) Le DL_2 de $\frac{1}{-2+h}$ au voisinage de 0 est : $-\frac{1}{2}-\frac{h}{4}-\frac{h^2}{8}+o(h^2)$

C) Le DL_2 de $e^{\frac{1}{-2+h}}$ au voisinage de 0 est : $e^{-\frac{1}{2}}\left(1-\frac{h}{4}-\frac{3h^2}{32}\right)+o(h^2)$

D) Le DL_2 de $e^{\frac{1}{-2+h}}$ au voisinage de 0 est : $e^{-\frac{1}{2}}\left(1-\frac{h}{4}+\frac{5h^2}{32}\right)+o(h^2)$

QUESTION16 :

Soit $f:[a,b]\mapsto\mathbb{R}$ de classe C^2 sur l'intervalle $[a,b]$ vérifiant : $f(a)=f'(a)$ et $f(b)=f'(b)$

En appliquant le théorème de ROLLE à la fonction $g:x\mapsto\left(f(x)-f'(x)\right)e^x$ sur $[a,b]$,

On montre que :

A) Il existe $c\in\left]a,b\right[$ tel que : $f'(c)=0$

B) Il existe $c\in\left]a,b\right[$ tel que : $f(c)=f'(c)$

C) Il existe $c\in\left]a,b\right[$ tel que : $f''(c)=0$

D) Il existe $c\in\left]a,b\right[$ tel que : $f(c)=f''(c)$

QUESTION17 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(t)=\frac{1}{t+1-e^{-t}}$.

Pour tout $x\in\mathbb{R}^*$, on pose : $F(x)=\int_x^{2x} f(t)\,dt$, on a :

A) F est une primitive de f sur $\mathbb{R}^*$ donc $(\forall x\in\mathbb{R}^*)$ $F'(x)=f(x)$

B) F est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et $(\forall x\in\mathbb{R}^*)$ $F'(x)=f(2x)-f(x)$

C) F est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$ $F'(x) = \dfrac{(e^{-x}-1)^2}{(2x+1-e^{-2x})(x+1-e^{-x})}$

D) F est croissante, positive sur $]-\infty,0[$ et sur $]0,+\infty[$

QUESTION18 :

On considère l'intégrale $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx$

En effectuant le changement de variable $u = \dfrac{\pi}{2} - x$, on trouve :

A) $I = \dfrac{\pi}{2}$ B) $I = \dfrac{\pi}{4}$ C) $I = \pi$ D) $I = \dfrac{\pi}{8}$

QUESTION19 :

Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) La série de terme général $u_n = \sin\left(\dfrac{1}{n^2}\right)$ est divergente

B) En appliquant le critère de D'ALEMBERT, on montre que la série $\sum_{n\geq 1} \dfrac{n^n}{n!}$ est convergente.

C) Soit $\alpha > 0$ et pour tout $n \geq 1$, on pose : $u_n = 1 - \cos\left(\dfrac{1}{n^\alpha}\right)$ .On montre que la série $\sum u_n$ est convergente si et seulement si $\alpha > \dfrac{1}{2}$

D) Si la série $\sum_n a_n$ à termes positifs est convergente, alors la série $\sum_n \dfrac{2^n + a_n}{3^n + a_n}$ est convergente

QUESTION20 :

Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

A) L'intégrale $\int_0^1 t^{\alpha-1}e^{-t}dt$ est convergente pour $\alpha < 0$

B) L'intégrale $\int_0^{+\infty} t^{\alpha-1}e^{-t}dt$ est convergente pour $\alpha > 0$

C) L'intégrale $\int_0^2 \dfrac{1}{t-1}dt$ est convergente

D) La fonction $x \mapsto \dfrac{1-\cos x}{x^2}$ est intégrable sur $]0,+\infty[$

انتهى

مباراة توظيف الأساتذة [illegible] 2018

عناصر الإجابة

[illegible] التخصص : الرياضيات

[illegible] عناصر الإجابة و سلم التنقيط الخاصة بموضوع مادة الرياضيات [illegible]

NOTATION : 1 point pour chaque item et si l'item comporte deux réponses justes, 0,5 point pour chaque réponse juste.

Questions	Réponses	
Question 1	D)	(1)
Question 2	C) et D)	(2)
Question 3	A) et C)	(3)
Question 4	B)	(4)
Question 5	C)	(5)
Question 6	B) et D)	6
Question 7	D)	7
Question 8	B) et C)	8
Question 9	A)	9
Question 10	B) et C)	10
Question 11	A) et D)	11
Question 12	C)	12
Question 13	B)	13
Question 14	B)	14
Question 15	B) et C)	15
Question 16	D)	16
Question 17	C) et D)	17
Question 18	B)	18
Question 19	C) et D)	19
Question 20	B) et D)	20

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

مباراة توظيف الأساتذة أطر الأكاديميات بالنسبة للتعليم الثانوي بسلكيه الإعدادي والتأهيلي
دورة نونبر 2018
عناصر الإجابة

الصفحة 1

الاختبار	اختبار في مادة التخصص وديداكتيك مادة التخصص	مدة الإنجاز	3 ساعات
التخصص	الرياضيات	المعامل	3

عناصر الإجابة و سلم التنقيط الخاصة بموضوع ديداكتيك مادة الرياضيات (20 نقطة):

الجزء	رقم سؤال الجزء		عناصر الإجابة	سلم التنقيط
الأول	I.	1)	الجذع المشترك العلمي و الجذع المشترك التكنولوجي	0.5
		2)	المعارف الأساسية: محتوى البرنامج من خلال الوثيقة 1.	1
		3)	تحديد المكتسبات القبلية	0.75
		4)	تحديد تعريف للجداء السلمي حسب ما ورد في الوثيقة 1.	1
		5)	تحديد المقصود بالمحلات الهندسية من خلال تقديم تعريف أو أمثلة	0.5
		6)	ترجمة صحيحة كاملة..................	1
			ترجمة تشوبها بعض الأخطاء..................	0.5
	II.	1)	تحديد طبيعة كل نشاط مع تقديم التعليل.	3x0.5
		2)	تحديد الهدف من كل نشاط	3x0.5
		3) أ)	تحديد بعض الصعوبات	1
		3) ب)	إعطاء وضعية داعمة	1
		4) أ)	إعطاء عناوين ثلاثة دروس (0.25 لإعطاء عنوان الدرس و 0.25 لتقديم التعليل)	0.5x3
		4) ب)	إعطاء برهان لخاصية فيثاغورس المباشرة باستعمال مفهوم المساحة	1
		5)	تعتبر الصيغة التحليلية للجداء السلمي خارج المقرر	0.25
الثاني		1)	إبراز الخطأ مع تحديد مصدر ممكن له.	0.5 + 1
		2)	تحديد إجراء لمعالجة خطأ التلميذ.	1
الثالث		1)	المستوى: ابتداء من الثالثة إعدادي.	0.5
		2)	استعمال واسط القطعة [AB]	1
		3)	تحديد المعارف..................	0.75
			تحديد التقنيات..................	0.75
		4)	تقديم صياغة جديدة للوضعية..................	0.5
			إعطاء الحل..................	1

6