المملكة العربية السعودية

وزارة التعليم
Ministry of Education

قررت وزارة التعليم تدريس
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

الرياضيات

الصف الثاني المتوسط

الفصل الدراسي الثالث

قام بالتأليف والمراجعة

فريق من المتخصصين

طبعة ١٤٤٥ ـ ٢٠٢٣

يُوزع مجاناً ولا يُباع
وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

ⓒ وزارة التعليم ، ١٤٤٤هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر
وزارة التعليم
الرياضيات ـ الصف الثاني المتوسط ـ التعليم العام ـ الفصل الدراسي الثالث./
وزارة التعليم ـ ط ١٤٤٤ . – الرياض ، ١٤٤٤هـ .
١٣١ص ؛ ..سم
ردمك : ١-٣١٥-٥١١-٦٠٣-٩٧٨
١ ـ الرياضيات ـ كتب دراسية ٢ ـ التعليم المتوسط ـ السعودية ـ أ. العنوان
ديوي ٥١٧,٧١٣ ١٤٤٤/٢٢٠٥

رقم الإيداع : ١٤٤٤/٢٢٠٥
ردمك : ١-٣١٥-٥١١-٦٠٣-٩٧٨

حول الغلاف
صورة الطائر على سطح الماء تمثل انعكاسًا على هذا السطح.
تدرس في الفصل الخامس الانعكاس باعتباره أحد أنواع التحويلات الهندسية.

مواد إثرائية وداعمة على "منصة عين الإثرائية"

ien.edu.sa

أعزاءنا المعلمين و المعلمات، والطلاب و الطالبات، وأولياء الأمور ، وكل مهتم بالتربية و التعليم:
يسعدنا تواصلكم؛ لتطوير الكتاب المدرسي، ومقترحاتكم محل اهتمامنا.

fb.ien.edu.sa

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين، وبعد:

تعد مادة الرياضيات من المواد الدراسية الأساسية التي تهيِّئ للطالب فرص اكتساب مستويات عُليا من الكفايات التعليمية، مما يتيح له تنمية قدرته على التفكير وحل المشكلات، ويساعده على التعامل مع مواقف الحياة وتلبية متطلباتها.

ومن منطلق الاهتمام الذي توليه حكومة خادم الحرمين الشريفين بتنمية الموارد البشرية، وعيًا بأهمية دورها في تحقيق التنمية الشاملة، كان توجه وزارة التعليم نحو تطوير المناهج الدراسية وفي مقدمتها مناهج الرياضيات، بدءًا من المرحلة الابتدائية، سعيًا للارتقاء بمخرجات التعليم لدى الطلاب، والوصول بهم إلى مصاف أقرانهم في الدول المتقدمة.

وتتميز هذه الكتب بأنها تتناول المادة بأساليب حديثة، تتوافر فيها عناصر الجذب والتشويق، التي تجعل الطالب يقبل على تعلمها ويتفاعل معها، من خلال ما تقدمه من تدريبات وأنشطة متنوعة، كما تؤكد هذه الكتب على جوانب مهمة في تعليم الرياضيات وتعلمها، تتمثل فيما يأتي:

- الترابط الوثيق بين محتوى الرياضيات وبين المواقف والمشكلات الحياتية.
- تنوع طرائق عرض المحتوى بصورة جذابة مشوقة.
- إبراز دور المتعلم في عمليات التعليم والتعلم.
- الاهتمام بالمهارات الرياضية، والتي تعمل على ترابط المحتوى الرياضي وتجعل منه كلاً متكاملاً، ومن بينها: مهارات التواصل الرياضي، ومهارات الحس الرياضي، ومهارات جمع البيانات وتنظيمها وتفسيرها، ومهارات التفكير العليا.
- الاهتمام بتنفيذ خطوات حل المشكلات، وتوظيف إستراتيجياته المختلفة في كيفية التفكير في المشكلات الرياضية والحياتية وحلها.
- الاهتمام بتوظيف التقنية في المواقف الرياضية المختلفة.
- الاهتمام بتوظيف أساليب متنوعة في تقويم الطلاب بما يتناسب مع الفروق الفردية بينهم.

ونحن إذ نقدّم هذه الكتب لأعزائنا الطلاب، لنأمل أن تستحوذ على اهتمامهم، وتلبي متطلباتهم وتجعل تعلمهم لهذه المادة أكثر متعة وفائدة.

والله ولي التوفيق

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

الفهرس

الفصل ٨ القياس: المساحة والحجم

التهيئة ١١
استكشاف مساحات الأشكال غير المنتظمة ١٢
٨-١ مساحات الأشكال المركّبة ١٣
٨-٢ استراتيجية حل المسألة
حل مسألة أبسط ١٨
٨-٣ الأشكال الثلاثية الأبعاد ٢٠
٨-٤ حجم المنشور والأسطوانة ٢٥
اختبار منتصف الفصل ٣٢
٨-٥ حجم الهرم و المخروط ٣٣
استكشاف مساحة سطح الأسطوانة .. ٣٨
٨-٦ مساحة سطح المنشور والأسطوانة ٣٩
توسع مخطط المخروط ٤٥
٨-٧ مساحة سطح الهرم ٤٦
اختبار الفصل ٥١
الاختبار التراكمي (٨) ٥٢-٥٣

الفصل ٩ الجبر: المعادلات والمتباينات

التهيئة ٥٥
٩-١ تبسيط العبارات الجبرية ٥٦
٩-٢ حل معادلات ذات خطوتين ٦٢
٩-٣ كتابة معادلات ذات خطوتين ٦٧
استكشاف معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها ٧٢
٩-٤ حل معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها ٧٤
اختبار منتصف الفصل ٧٨
٩-٥ استراتيجية حل المسألة
التخمين والتحقق ٧٩
٩-٦ المتباينات ٨١
٩-٧ حل المتباينات ٨٥
اختبار الفصل ٩٠
الاختبار التراكمي (٩) ٩٢-٩٣

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

الفهرس

الفصل ١٠ الجبر: الدوال الخطية

التهيئة ٩٥

١٠-١ المتتابعات ٩٦

١٠-٢ الدوال ١٠٢

توسع العلاقات والدوال ١٠٧

١٠-٣ تمثيل الدوال الخطية ١٠٨

اختبار منتصف الفصل ١١٤

١٠-٤ ميل المستقيم ١١٥

١٠-٥ التغير الطردي ١٢١

١٠-٦ استراتيجية حل المسألة

إنشاء نموذج ١٢٧

اختبار الفصل ١٢٩

الاختبار التراكمي (١٠) ١٣٠-١٣١

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

إليك عزيزي الطالب

ستركز في دراستك هذا العام على المجالات الرياضية الآتية:

- **الجبر:** تحليل الدوال الخطية وتمثيلها، وحل المعادلات الخطية في تطبيقات مختلفة.
- **القياس والهندسة:** تحليل الأشكال الثنائية والثلاثية الأبعاد.
- **تحليل البيانات:** تمثيل البيانات وتحليلها وتفسيرها.

وفي أثناء دراستك، ستتعلم طرائق جديدة لحلّ المسألة، وتفهم لغة الرياضيات وتستعمل أدواتها، وتنمّي قدراتك الذهنية وتفكيرك الرياضي.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

كيف تستعمل كتاب الرياضيات؟

- **اقرأ** فكرة الدرس في بداية الدرس.
- **ابحث** عن المفردات المظللة **باللون الأصفر**، واقرأ تعريف كل منها.
- **راجع** المسائل الواردة في مثال ، والمحلولة بخطوات تفصيلية؛ لتذكّرك بالفكرة الرئيسة للدرس.
- **استعمل** إرشادات للأسئلة لتعرف ما الأمثلة التي تساعدك على حل التمارين والواجبات المطلوبة.
- **ارجع** إلى **إرشادات للدراسة** حيث تجد معلومات وتوجيهات تساعدك في متابعة الأمثلة المحلولة.
- **راجع** ملاحظاتك التي دوّنْتها في **المَطْوِيّاتُ**
- **زُر** الموقع www.ien.edu.sa وسوف تجد أمثلة وأنشطة إضافية تساعدك على حل بعض المسائل الصعبة.

الفصل ٨

القياس: المساحة والحجم

الفكرة العامّة

- أجد مساحات أشكال هندسية مستوية، وحجوم مجسّمات ومساحاتها الجانبية والكلية.

المفردات الرئيسة:

المنشور ص (٢١)

الهرم ص (٢١)

الأسطوانة ص (٢٦)

المخروط ص (٣٤)

الربط بالحياة:

مشروع القديّة: يقع على بعد ٤٠ كيلومتراً غرب الرياض ويعتبر نموذجاً جديداً لتنمية الأراضي الصحراوية فهو يضم جبالاً وأودية وإطلالة على الصحراء، وتبلغ مساحته ٣٣٤ كيلومتراً مربعاً.

المَطْوِيّاتُ مُنَظِّمُ أَفْكَار

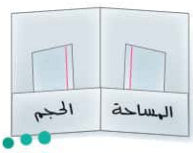
القياس: المساحة والحجم: اعمل هذه المطويّة لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك.

ابدأ بورقة A3 على النحو الآتي:

١ **اطوِ** الورقة عرضيًّا.

٢ **افتح** الطية السابقة، واطوِ أسفل الورقة لتكوِّن جيبًا، وألصِق حوافَّه.

٣ **سمِّ** كل جيب كما يظهر في الشكل، وضع بطاقات صغيرة داخله.



وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي:

انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

أوجد ناتج الضرب: (مهارة سابقة)

١) $\frac{١}{٣} \times ٨ \times ١٢$

٢) $\frac{١}{٣} \times ٤ \times ٩^{٢}$

٣) **رياضة:** يمارس سلمان رياضة المشي خمسة أيام في الأسبوع، حيث يمشي مسافة ٣ كلم في اليوم الواحد. فإذا قرر أن يمشي $\frac{١}{٣}$ هذه المسافة فقط كل يوم، فكم يمشي في الأسبوع الواحد؟ (مهارة سابقة)

أوجد قيمة ٢أ ب + ٢ب جـ + ٢أ جـ إذا علمت أن: (مهارة سابقة)

٤) أ = ٥، ب = ٤، جـ = ٨

٥) أ = ٢، ب = ٣، جـ = ٩

٦) أ = ٤, ٥، ب = ٩, ٢، جـ = ١, ٧

٧) أ = ٦, ٢، ب = ٤, ٦، جـ = ٨, ١٠

أوجد قيمة كلٍّ من العبارات الجبرية الآتية مستعملًا ط ≈ ٣, ١٤، ومقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة: (مهارة سابقة)

٨) ط × ١٥

٩) ٢ × ط × ٣, ٢

١٠) ط × $٧^{٢}$

١١) ط × $(١٩ \div ٢)^{٢}$

١٢) **فطائر:** تقدر المسافة الدائرية حول رغيف فطيرة قُطره ١٤ بوصة بالمقدار ط × ١٤، أوجد هذه المسافة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (مهارة سابقة)

مراجعة سريعة

مثال ١:

أوجد ناتج: $\frac{١}{٣} \times ٥ \times ٦^{٢}$

$\frac{١}{٣} \times ٥ \times ٦^{٢} = \frac{١}{٣} \times ٥ \times ٣٦$ أوجد قيمة $٦^{٢}$

$= \frac{١}{٣} \times ١٨٠$ اضرب ٥ في ٣٦

$= ٦٠$ اضرب $\frac{١}{٣}$ في ١٨٠

مثال ٢:

أوجدْ قيمة ٢أ ب + ٢ب جـ + ٢أ جـ إذا كانت: أ = ٧، ب = ٤، جـ = ٢.

٢أ ب + ٢ب جـ + ٢أ جـ

= ٢(٧)(٤) + ٢(٤)(٢) + ٢(٧)(٢) أ = ٧، ب = ٤، جـ = ٢

= ٥٦ + ١٦ + ٢٨ اضرب

= ١٠٠ اجمع

مثال ٣:

أوجدْ قيمة ط × $١٦^{٢}$، مستعملًا ط ≈ ٣, ١٤، ومقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

ط × $١٦^{٢}$ ≈ ٣, ١٤ × ٢٥٦ أوجد قيمة $١٦^{٢}$

≈ ٨٠٣, ٨ اضرب ٣, ١٤ في ٢٥٦

وزارة التعليم
Ministry of Education

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

استكشاف
٨ - ١

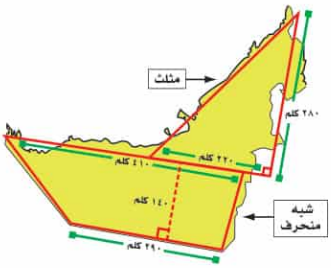
معمل القياس
مساحات الأشكال غير المنتظمة

الشكل غير المنتظم هو الذي لا تكون بعض جوانبه قطعًا مستقيمة، ولتقدير مساحته، قسّمه إلى أشكال أبسط، ثم أوجد مجموع مساحات هذه الأشكال.

فكرة الدرس:
أقدّر مساحة شكل غير منتظم.

نشاط

قدّر مساحة دولة الإمارات العربية المتحدة في الشكل المجاور.



الخطوة ١ قسّم الشكل إلى مثلث وشبه منحرف.

الخطوة ٢ **مساحة المثلث:**

$م = \frac{١}{٢}$ ق ع — قانون مساحة المثلث

$م = \frac{١}{٢} \times ٢٢٠ \times ٢٨٠$ — ق = ٢٢٠، ع = ٢٨٠

م = ٣٠٨٠٠ — بسّط

مساحة شبه المنحرف:

$م = \frac{١}{٢}$ ع (ق$_١$ + ق$_٢$) — قانون مساحة شبه المنحرف

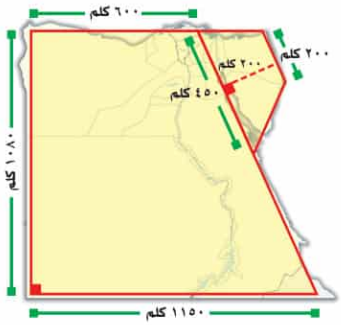
$م = \frac{١}{٢} \times ١٤٠ \times (٤١٠ + ٢٩٠)$ — ع = ١٤٠، ق$_١$ = ٤١٠، ق$_٢$ = ٢٩٠

م = ٤٩٠٠٠ — بسّط

المساحة الكلية لدولة الإمارات ≈ ٣٠٨٠٠ + ٤٩٠٠٠ = ٧٩٨٠٠ كلم^٢.

تحقق من معقولية الإجابة: حُلّ المسألة بطريقة أخرى، ثم قارن بين الإجابتين.

حلّل النتائج



١ في الشكل المجاور، قُسمت خريطة مصر إلى مضلعات. اشرح كيف تستعمل المضلعات لتقدير مساحتها.

٢ قدّر مساحة كل جزء.

٣ قدّر مساحة الخريطة كاملة.

٤ **بحث:** استعمل الإنترنت أو أيَّ مصدر معرفة آخر لإيجاد المساحة الكلية لمصر، وقارن بينها وبين إجابتك في سؤال (٣).

٥ **بحث:** قدّر مساحة دولة أخرى تختارها، ثم استعمل الإنترنت أو مصدر معرفة آخر للمقارنة بين تقديرك والمساحة الفعلية.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٨ - ١ مساحات الأشكال المركّبة

فكرة الدرس:
أجد مساحات أشكال مركّبة.

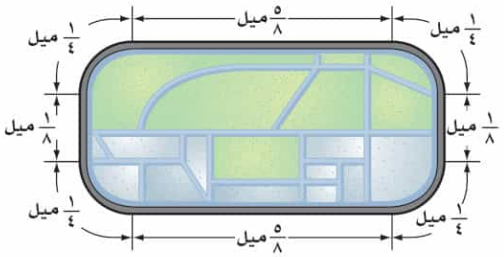
المفردات
الشكل المركب

إستعدّ

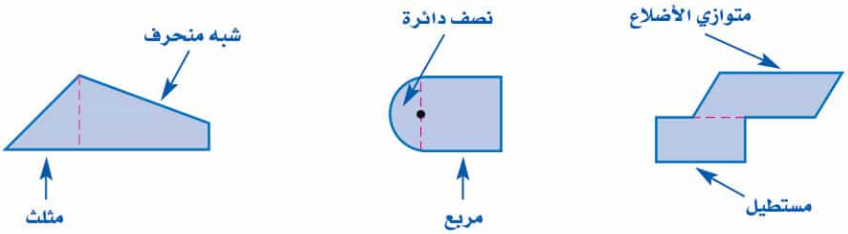
سباق سيارات: يظهر الشكل المجاور ميدانًا لسباق سيارات.

١ حدّد بعض المضلعات التي تشكّل ميدان السباق.

٢ كيف تستعمل المضلعات في إيجاد مساحة الميدان؟



يتكون **الشكل المركب** من شكلين بسيطين أو أكثر.



ولإيجاد مساحة شكل مركب، قسّمه إلى أشكال يسهُل إيجاد مساحاتها، ثم أوجد مجموع هذه المساحات، وفيما يأتي مراجعة لبعض قوانين المساحات:

قوانين المساحة — مفهومٌ أساسيٌّ

الشكل	التعبير اللفظي	الرموز
متوازي الأضلاع	مساحة متوازي الأضلاع هي ناتج ضرب القاعدة في الارتفاع.	م = ق ع
المثلث	مساحة المثلث هي نصف ناتج ضرب قاعدته في ارتفاعه .	م = $\frac{١}{٢}$ ق ع
شبه المنحرف	مساحة شبه المنحرف هي نصف ناتج ضرب الارتفاع في مجموع القاعدتين .	م = $\frac{١}{٢}$ ع(ق$_١$ + ق$_٢$)
الدائرة	مساحة الدائرة هي ناتج ضرب ط في مربع نصف القطر.	م = ط نق^٢

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

إرشادات للدراسة

نصف دائرة

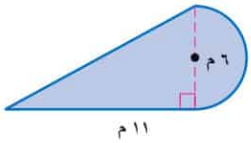
مساحة نصف الدائرة هي

$\frac{1}{2}$ × مساحة الدائرة =

$\frac{1}{2}$ ط نق^{2}.

مثـــال

إيجاد مساحة شكل مركب



١ أوجد مساحة الشكل المركب المجاور.

يمكن تقسيم الشكل إلى نصف دائرة ومثلث.

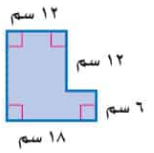
مساحة نصف الدائرة	مساحة المثلث
م = $\frac{1}{2}$ ط نق^{2}	م = $\frac{1}{2}$ ق ع
م = $\frac{1}{2}$ ط × ٣^{2}	م = $\frac{1}{2}$ × ٦ × ١١
م ≈ ١٤,١	م = ٣٣

مساحة الشكل ≈ ١٤,١ + ٣٣ = ٤٧,١ مترًا مربعًا.

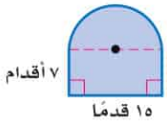
تحقّق من فهمك:

أوجد مساحة كل شكل مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:

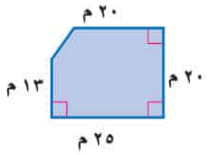
أ)



ب)



جـ)

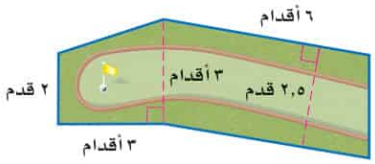


مِثـالٌ من واقع الحيـاةِ

الربط بالحياة:

يوجد ما بين ٢٥٠–٤٥٠ حفرة صغيرة في كرة الجولف الرسمية.

٢ **جولف:** يبين الشكل المجاور مخططًا لملعب جولف مصغّر، مكون من شبه منحرف ومتوازي أضلاع، فكم قدمًا مربعة من الأعشاب يحتاج هذا المخطط؟

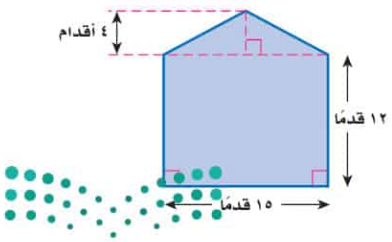


مساحة شبه المنحرف	مساحة متوازي الأضلاع
م = $\frac{1}{2}$ ع (ق$_{١}$+ق$_{٢}$)	م = ق ع
م = $\frac{1}{2}$ × ٣ × (٢+٣)	م = ٦ × ٢,٥
م = ٧,٥	م = ١٥

لذا يحتاج إلى ٧,٥ + ١٥ = ٢٢,٥ قدمًا مربعة من الأعشاب.

تحقّق من فهمك:

د) **أكواخ:** يبين الشكل المجاور الواجهة الخلفية لكوخ خشبي، فكم قدمًا مربعة من الخشب تستعمل في بناء هذه الواجهة؟



وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

إرشادات للدراسة

المثلثات المتطابقة

في المثلثات المتطابقة، تكون الأضلاع والزوايا المتناظرة متطابقة.

مثـــال

إيجاد مساحة المنطقة المظللة

٣ في الشكل المجاور، قُصّت أربعة مثلثات متطابقة من مستطيل، أوجد مساحة المنطقة المظلّلة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

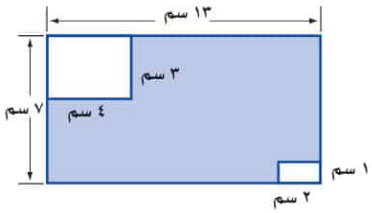
أوجد مساحة المستطيل واطرح مساحة المثلثات الأربعة.

مساحة المستطيل		مساحة المثلثات	
م = ل ع		م = ٤ ($\frac{١}{٢}$ ق ع)	
م = ١٢ × ٥	ل=١٢، ع=٥	م = ٤ × $\frac{١}{٢}$ × ١ × ١	ق=١، ع=١
م = ٦٠	بسّط.	م = ٢	بسّط.

مساحة المنطقة المظلّلة = ٦٠ − ٢ = ٥٨ سم^{٢}.

تحقّق من فهمك:

هـ) قُصّ مستطيلان من مستطيل كما في الشكل المجاور، أوجد مساحة المنطقة المظلّلة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

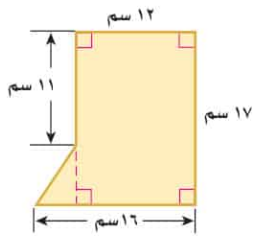


تأكّـــد

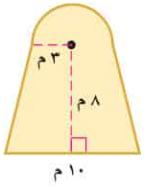
المثال ١

أوجد مساحة الشكلين الآتيين، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:

١

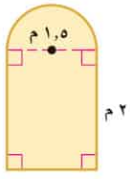


٢

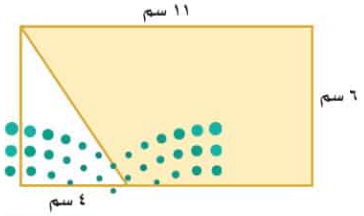


المثالان ٢، ٣

٣ **نوافذ:** صُمّمت نافذة كما في الشكل أدناه، فما مساحتها بالمتر المربع؟



٤ يبين الشكل أدناه مستطيلًا قُصّ منه مثلث. أوجد مساحة المنطقة المظللة.



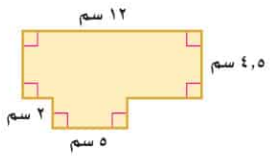
وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

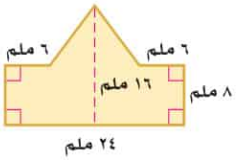
تـدرَّب وحلَّ المسائل

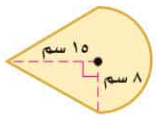
إرشادات للأسئلة

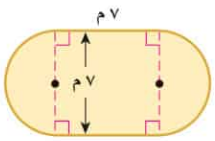
للأسئلة	انظر الأمثلة
١٠-٥	١
١٢،١١	٢
١٤، ١٣	٣

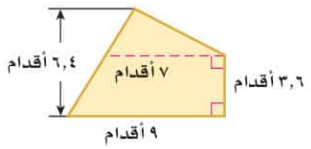
أوجد مساحة الأشكال المركّبة الآتية، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:

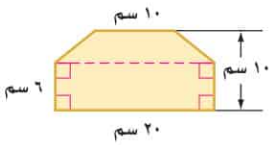
٥


٦


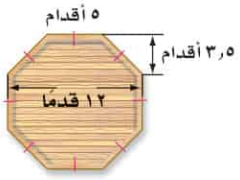
٧


٨


٩


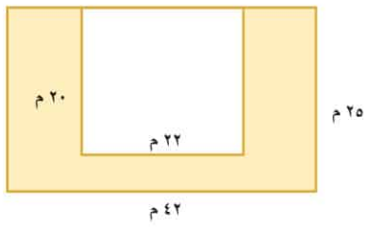
١٠


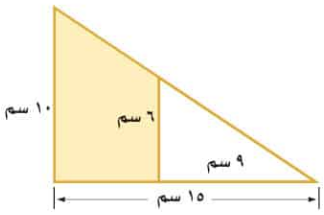
١١ **نجارة:** صمّم أحمد طاولة كما في الشكل أدناه. ما مساحة سطحها؟



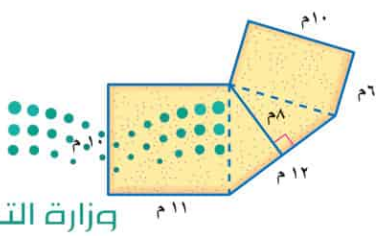
١٢ **مجوهرات:** يبين الشكل الآتي حِليةً ذهبيةً. ما مساحتها؟

أوجد مساحة المنطقة المظلّلة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة :

١٣


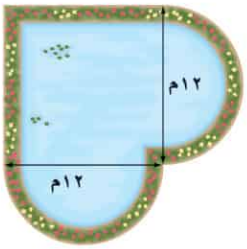
١٤


١٥ **سجاد:** ترغب والدة ليان في تغطية أرضية صالة منزلها بالسجاد كما في الشكل المجاور. ما مساحة السجاد المطلوب شراؤه؟



وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

مسائل
مهارات التفكير العليا



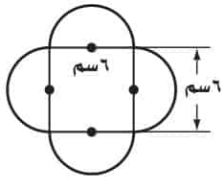
١٦ تحدٍّ : يمثّل الشكل المجاور بركة محاطة بممر من الورد عرضه متران. ما مساحة الممر؟

١٧ اكتب اشرح طريقتين مختلفتين على الأقل لإيجاد مساحة السداسي المنتظم، مضمنًا إجابتك رسمًا توضيحيًّا لذلك.

١٨ مسألة مفتوحة : ارسم شكلاً مركباً تكون مساحته ٢٤ سم٢.

تدريب على اختبار

١٩ ما المساحة الكلية للشكل أدناه؟



أ) ٩٢,٩ سم٢ ج) ٥٦,٥ سم٢

ب) ٦٤,٣ سم٢ د) ٣٦,٠ سم٢

٢٠ يبيّن الشكل أدناه مزرعة خضراوات مستطيلة الشكل طولها ١٨١م، وعرضها ٤٨م، زُرع منها جزء مستطيل الشكل طوله ٣٢م وعرضه ٢١م بالفواكه . ما مساحة الجزء المزروع بالخضراوات؟

أ) ٨٦٨٨ م٢ ج) ٨٠١٦ م٢

ب) ٨٦٣٥م٢ د) ٢٨٢ م٢

الاستعداد للدرس اللاحق

٢١ مهارة سابقة : لُوحظ تناقص أسعار الآلات الحاسبة ، ففي عام ١٤٢٥هـ كان سعر آلة حاسبة من نوع ما ١٢٥ ريالًا ، وأصبح ١٠٧ ريالاتٍ عام ١٤٣٠هـ ، ثم ٨٩ ريالًا عام ١٤٣٥هـ ، إذا استمر تناقص سعر الآلة الحاسبة بالمعدل نفسه، فاستعمل استراتيجية البحث عن نمط في إيجاد سعر آلة حاسبة من النوع نفسه عام ١٤٤٥هـ.

رابط الدرس الرقمي

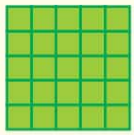
www.ien.edu.sa

٨ - ٢ استراتيجية حلِّ المسألة

فكرة الدرس : أحل المسائل باستعمال استراتيجية " حل مسألة أبسط" .

حل مسألة أبسط

البراء : يبدو أن الشكل يتكون من ٢٥ مربعًا، إلَّا أنني أظن أن فيه مربعات أكثر من ذلك.



مهمتك : حل مسألة أبسط لإيجاد عدد المربعات في أيِّ شكل مشابه.

افْهَم

تعلم أن الشكل يتكون من شبكة مربعات ٥×٥ .

وأبعاد المربعات هي : ١×١، ٢×٢، ٣×٣، ٤×٤، ٥×٥

وتريد معرفة عدد جميع المربعات.

خَطِّط

حل مسألة أبسط بإيجاد عدد المربعات في الشبكتين ٢×٢ وَ ٣×٣، ثم البحث عن نمط.

حُلّ

في الشبكة ٢×٢ أبعاد المربعات المحتملة هي: ١×١، ٢×٢؛ إذن يوجد ٤ مربعات ١×١ ، ومربع واحد ٢×٢، فيكون عدد المربعات جميعها هو ٤ + ١ = ٥ مربعات مختلفة.

في الشبكة ٣×٣ أبعاد المربعات المحتملة هي : ١×١، ٢×٢، ٣×٣؛ إذن هناك تسعة مربعات ١×١، وأربعة مربعات ٢×٢، ومربع واحد ٣×٣، فيكون عدد المربعات جميعها هو ٩+٤+١= ١٤ مربعًا مختلفًا.

خمّن عدد المربعات في شبكة مكوّنة من ٤×٤ ، ثم ابحث عن نمط.

عدد المربعات الصغيرة	١	٤	٩	١٦	٢٥
عدد المربعات ذات الأبعاد المختلفة	١	٥	١٤	٣٠	٥٥

+٤ +٩ +١٦ +٢٥

إذن الشبكة ٥×٥ تحوي ٥٥ مربعًا.

تحقَّق

تحقّق من النمط الذي توصّلت إليه على نحوٍ دقيق للتأكد من صحة جوابك.

حلّ الاستراتيجية

١ اشرح لماذا يُعد حل مسألة أبسط مفيدًا للبراء.

٢ **اكتب** مسألة حياتيّة تحتاج في حلِّها إلى حل مسألة أبسط، ثم حل المسألة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

استعمل استراتيجية "حل مسألة أبسط" لحل المسائل ٣-٦:

٣ **نجارة:** ثلاثة نجارين يصنع كل واحد منهم ثلاثة كراسيّ في ثلاثة أيام، فكم كرسيًّا يمكن لـ ٧ نجارين أن يصنعوا في ٣٠ يومًا، إذا عملوا بالمعدل نفسه؟

٤ **طاولات:** يوجد في مطعم مدرسة ١٥ طاولة مربعة الشكل، تم وضعها متراصة جانبيًّا لتكون طاولة واحدة طويلة لحفلة الصف، فإذا علمت أن طالبًا واحدًا فقط يمكنه أن يجلس على كل جانب من الطاولة المربعة، فما عدد الطلاب الذين يمكنهم الجلوس حول الطاولة الطويلة؟

٥ **مطويات:** تحتاج مدرسة إلى ٢٥٠ نسخة من مطوية إرشادية، فإذا كانت المطبعة تضعها في مغلفات تتسع الواحدة لـ ٣٠ أو ٨٠ نسخة، فما عدد المغلفات التي يجب أن تشتريها المدرسة من كل نوع ؟

٦ **حِرَف:** يستعمل محمد منشارًا لقص أنبوب طويل إلى ٢٥ قطعة صغيرة، فكم مرة سيستعمل المنشار؟

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٧-١٣:

من استراتيجيات حل المسألة
- البحث عن نمط
- استعمال أشكال ڤن
- حل مسألة أبسط

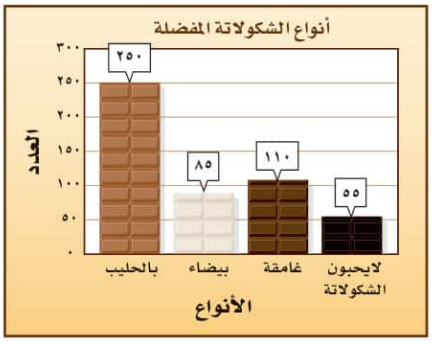
نشاط: استعمل المعلومات الآتية في حل المسألتين ٧، ٨:
أراد ٣٥ طالبًا من الصف الثاني المتوسط الانضمام إلى النشاط الرياضي، و٣٢ إلى النشاط العلمي، و١٥ إلى النشاطين معًا.

٧ مثّل المسألة باستعمال شكل ڤن.

٨ ما عدد طلاب الصف الذين اشتركوا في الأنشطة؟

٩ **متطوعون:** تطوع ٥ طلاب للاشتراك في عمل اجتماعي، حيث عمل كل طالب ٥ ساعات خلال خمسة أيام، فكم ساعة يتطوع بها ١١ طالبًا في ١٥ يومًا بحسب هذا المعدل؟

١٠ **تحليل الرسوم:** يظهر الشكل الآتي مسحًا لنوعية الشكولاتة التي يفضلها الطلاب. ما نسبة الطلاب الذين يفضلون الشكولاتة الغامقة؟



١١ **فطائر:** ما أكبر عدد من القطع ينتج عن استعمال خمس تقطيعات مستقيمة في الفطيرة؟

٣ تقطيعات ٤ تقطيعات

١٢ **خضار:** يبين الجدول أدناه أسعار الكيلو جرام الواحد من بعض أصناف الخضار، فهل يكفي ٤٠ ريالًا ليشتري عبدالله ٤ كجم من الطماطم، وكيلو جرامًا واحدًا من الجزر، و٨ كجم من البصل؟

الصنف	السعر (ريال)
طماطم	٦,٥
بصل	١,٥
جزر	٣,٧٥

١٣ **هواتف:** تتقاضى إحدى شركات الهاتف الجوّال ٣٠ ريالًا قيمة الاشتراك الشهري، بالإضافة إلى ٠,٢٥ ريال عن كل دقيقة، فإذا كانت قيمة فاتورة هاتف مهند الشهرية ١٢٠ ريالًا، فكم دقيقة بلغت مكالماته؟

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٨ - ٣ الأشكال الثلاثية الأبعاد

إستعدَّ

عمارة: الأشكال المستوية لها بُعدان فقط (طول وعرض) أمّا المجسّمات أو الأشكال الثلاثية الأبعاد كمنارة المسجد فلها ثلاثة أبعاد: طول وعرض وارتفاع.

١ سمِّ الأشكال المستوية التي تكوّن جوانب المنارة.

٢ إذا نظرت إلى المنارة من الأعلى فما الشكل الذي تراه؟

٣ ما العلاقة بين الأشكال المستوية والمجسّمات؟

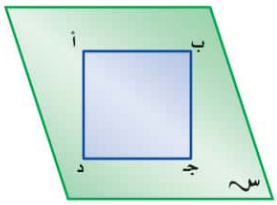
فكرة الدرس:

أحدّد الأشكال الثلاثية الأبعاد، وأرسمها .

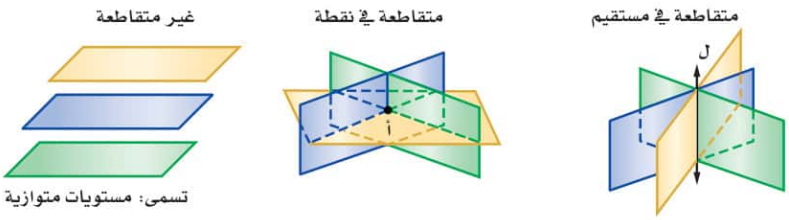
المفردات

- يقعان في المستوى نفسه
- المستقيمان المتوازيان
- المتعدد السطوح
- الحرف
- الرأس
- الوجه
- القطر
- المستقيمان المتخالفان
- المنشور
- القاعدة
- الهرم

يبين الشكل المجاور المستطيل أ ب جـ د ، والمستقيمين أ ب ، دجـ اللذين **يقعان في المستوى نفسه**، وهما **مستقيمان متوازيان** أيضًا لأنهما لا يتقاطعان مهما امتدَّا.

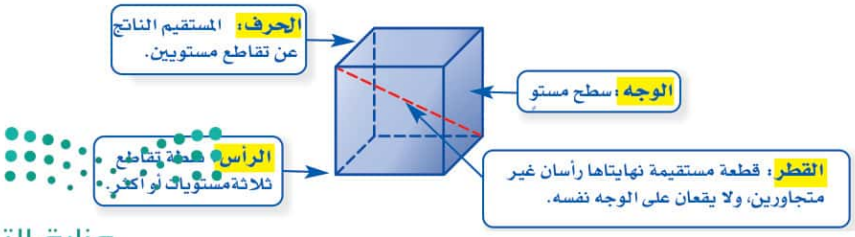


وكما علمنا أن المستقيمين في المستوى إما أن يكونا متقاطعين أو متوازيين، فإنه في المقابل هناك عدة أوضاع لعلاقة المستويات في الفضاء هي:



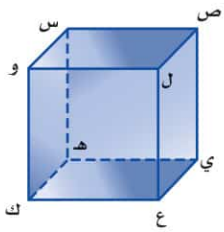
ويمكن أن تكوِّن المستويات المتقاطعة أيضًا شكلًا ثلاثي الأبعاد أو مجسّمًا.

و**متعدد السطوح** مجسّم له سطوح مستوية عبارة عن مضلعات، ومن المفردات المتعلقة بالمجسّمات: الحرف، والوجه، والرأس، والقطر.

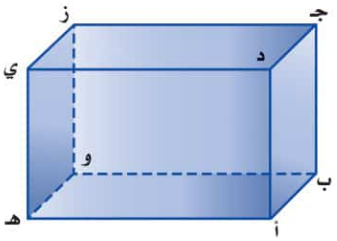


وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

لاحظ أن القطعتين المستقيمتين س ص وَ ل ع في الشكل المجاور غير متقاطعتين، وغير متوازيتين؛ لأنهما لا تقعان في المستوى نفسه. ويُسمى المستقيمان اللذان لا يتقاطعان ولا يقعان في المستوى نفسه **مستقيمين متخالفين**.



أمثلة — تحديد العلاقات



١ سمِّ مستوًى يوازي المستوى أ ب جـ .

المستوى هـ و ز يوازي المستوى أ ب جـ .

٢ حدّد قطعة مستقيمة مخالفة للقطعة جـ ز .

جـ ز وَ هـ ي متخالفتان.

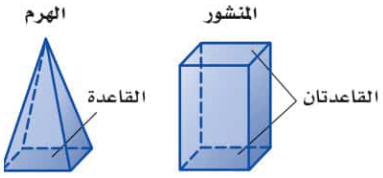
٣ حدّد نقطتين يمكن رسم قطر بينهما.

القطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين ب، ي تشكّل قطرًا .

تحقّق من فهمك:

أ) مستعملًا الشكل أعلاه، حدّد تقاطع المستويين أ ب جـ ، جـ د ي.

المنشور والهرم مجسّمان معروفان، ويعتمد اسم كلٍّ منهما على شكل قاعدته.



المنشور مجسّم له وجهان متوازيان ومتطابقان يُسميان **القاعدتين**. و**الهرم** مجسّم قاعدته الوحيدة مضلع وأوجُهُهُ مثلثات.

إرشادات للدراسة

خطأ شائع

ليس من الضروري عند رسم متوازي المستطيلات (المنشور المستطيلي) أن تكون قاعدتاه من الأعلى ومن الأسفل فقط؛ لأنه يمكن اعتبار أي وجهين مستطيلين متوازيين فيه قاعدتين، ويمكن أيضًا اعتبار أي وجه في الهرم الثلاثي قاعدة.

مثالان — تحديد المنشور والهرم

حدّد اسم كل مجسّم ممّا يأتي، وبيِّن عدد أوجُهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:

٤

قاعدتا الشكل متوازيتان ومتطابقتان وهما مثلثان، لذا فالشكل منشور ثلاثي، أما الأوجه الثلاثة الأخرى، فهي مستطيلات. وبذلك فإن له ٥ أوجه، وَ٩ أحرف وَ٦ رؤوس.

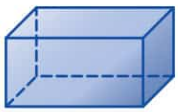
٥

للشكل قاعدة واحدة وهي مضلع خماسي، لذا فهو هرم خماسي، أما الأوجه الأخرى فهي مثلثات، وبذلك فإن له ٦ أوجه، وَ١٠ أحرف ، وَ٦ رؤوس.

تحقّق من فهمك:

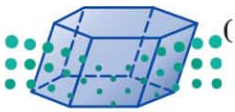
حدّد اسم كل مجسّم ممّا يأتي، وبيِّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:

ب)



جـ)

د)



يمكنك استعمال مخططات للمجسمات؛ لتصف كيف تظهر عناصرها في الفضاء.

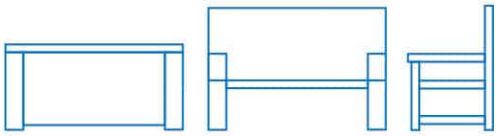
الربط بالحياة:

كيف يستفيد المهندسون من الرياضيات؟

يستعمل المهندسون المعماريون الهندسة عند رسم تصاميمهم، حيث يبدؤون بأشكال هندسية بسيطة، ثم يضيفون إليها خطوطًا وزوايا لتكون أكثر جمالًا.

مثال — تحليل الرسوم

٦ أثاث: تبين الصورة المجاورة مقعدًا. ارسم المنظر العلوي والأمامي والجانبي لهذا المقعد.



المنظر العلوي — المنظر الأمامي — المنظر الجانبي

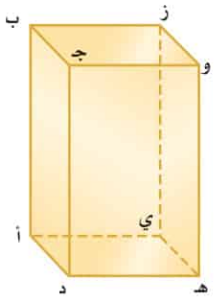
تحقق من فهمك:

هـ) **صندوق:** ارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي للصندوق في الصورة المجاورة.

تأكد

الأمثلة ١-٣

استعمل الشكل المجاور لتحدد كلًّا مما يأتي:



١ مستويين متوازيين.

٢ مستقيمين متخالفين.

٣ نقطتين تشكّلان قطرًا عند الوصل بينهما.

٤ مستويين متقاطعين.

المثالان ٤، ٥

حدّد اسم كل مجسّم ممّا يأتي، وبيّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:

٥

٦

٧

المثال ٦

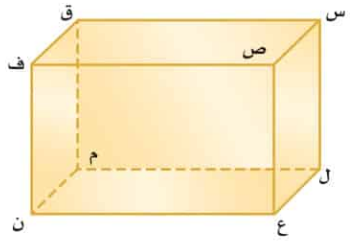
٨ **حوض أسماك:** ارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي لحوض الأسماك المجاور.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

تـدرَّب وحلَّ المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٩-١٢	١-٣
١٣-١٦	٤، ٥
١٧-١٨	٦



استعمل الشكل المجاور لتحدد كلًّا مما يأتي:

٩ مستويين متوازيين.

١٠ مستقيمين متخالفين.

١١ نقطتين تشكّلان قطرًا عند الوصل بينهما.

١٢ مستويين متقاطعين.

حدّد اسم كل مجسّم ممّا يأتي، وبيِّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:

١٣

١٤

١٥

١٦

١٧ **بنايات:** ارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي للبناية في الصورة أدناه.

١٨ **خزانة:** تمثّل الصورة أدناه خزانة خشبية لحفظ الملفات. ارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي للخزانة.

١٩ قرّر ما إذا كان التخمين الآتي صحيحًا أو خاطئًا، واذكر مثالًا مضادًّا إذا كان خطأً:
"يمكن لمستويين في الفضاء أن يتقاطعا في نقطة".

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٠ **مسألة مفتوحة:** اختر مجسَّمًا من واقع الحياة مثل كرسي أو طاولة، وارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي له.

تحدٍّ: حدّد ما إذا كانت العبارات الآتية صحيحة دائمًا أو أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا:

٢١ للمنشور قاعدتان وَ ٤ جوانب.

٢٢ يوجد للهرم جوانب متوازية.

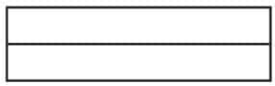
٢٣ **اكتب** وضّح لماذا لا يعطي (أحيانًا) المنظر العلوي والأمامي والجانبي لمجسمٍ معلومات كافية لرسم الشكل؟ واذكر مثالًا يؤكّد ذلك.

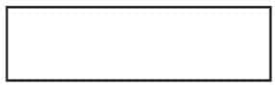
وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1445

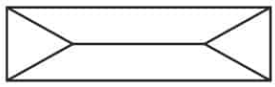
تدريب على اختبار

٢٤ استقبلت العنود هديةً داخل صندوقٍ كما في الشكل:

أيُّ الأشكال أدناه يمثل المنظر العلوي للصندوق؟

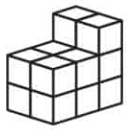
أ)


ب)


جـ)


د)

٢٥ أيُّ الأشكال التالية يمثل المنظر الجانبي للمجسم أدناه؟



أ)

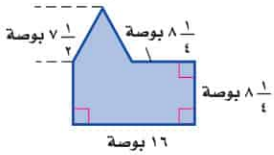
جـ)

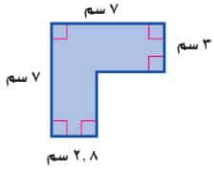
ب)

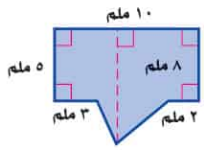
د)

مراجعة تراكمية

أوجد مساحة كل شكلٍ ممَّا يأتي ، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ إذا لزم الأمر : (الدرس ٨ - ١)

٢٦


٢٧


٢٨


٢٩ **نماذج:** لدى محمد ١٠٠ مكعب صغير ، استعمل استراتيجية حل مسألة أبسط؛ لتحديد أبعاد أكبر مكعب يمكن إنشاؤه باستعمال المكعبات الصغيرة. (الدرس ٨ - ٢)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة : أوجد مساحة كل من المثلثات الآتية:

٣٠ طول القاعدة : ٣ بوصاتٍ، الارتفاع : ١٠ بوصاتٍ.

٣١ طول القاعدة : ٨ أقدامٍ، الارتفاع : ٧ أقدامٍ.

٣٢ طول القاعدة : ٥ سم، الارتفاع : ١١ سم.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٨ - ٤ حجم المنشور والأسطوانة

فكرة الدرس:
أجد حجم كلٍّ من المنشور والأسطوانة.

المفردات
- الحجم
- الأسطوانة
- مجسم مركّب

نَشاطٌ

حجم المنشور الرباعي المجاور يساوي ١٢ وحدة مكعبة.

الخطوة ١ كوّن ثلاثة أشكال للمنشور الرباعي حجم كلٍّ منها ١٢ وحدة مكعبة.

الخطوة ٢ انسخ الجدول الآتي وأكمله:

المنشور	الطول (وحدة)	العرض (وحدة)	الارتفاع (وحدة)	مساحة القاعدة (وحدة مربعة)
أ	٤	١	٣	٤
ب				
جـ				
د				

١ صف العلاقة بين حجم المنشور (ح) وأبعاده الثلاثة: الطول (ل)، والعرض (ض)، والارتفاع (ع).

٢ صف العلاقة بين مساحة القاعدة (م) والارتفاع (ع) من جهة، وحجم المنشور (ح) من جهة أخرى.

الحجم هو قياس الحيز الذي يشغله الجسم في الفضاء، ويقاس بالوحدات المكعبة مثل السنتمترات المكعبة (سم^٣)، أو الأقدام المكعبة (قدم^٣)، أوالمترات المكعبة (م^٣).

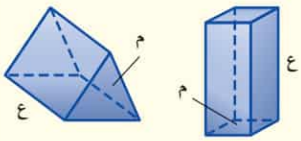
حجم المنشور

مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: حجم المنشور (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع).

الرموز: ح = م ع

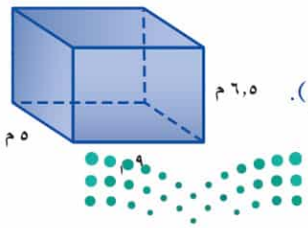
النماذج:



مثالان

إيجاد حجم المنشور

١ أوجد حجم المنشور الرباعي المجاور.



ح = م ع — حجم المنشور.

ح = (ل × ض) × ع — مساحة قاعدة المنشور (م = ل×ض).

ح = (٩ × ٥) × ٦,٥ — ل = ٩، ض = ٥، ع = ٦,٥.

ح = ٢٩٢,٥ — بسط.

فيكون حجم المنشور ٢٩٢,٥ م^٣

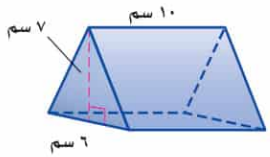
إرشادات للدراسة

خطأ شائع

تذكّر أن قاعدتَي المنشور الثلاثي تكونان على صورة مثلث.

في المثال ٢، فإن القاعدتان ليستا من أعلى الشكل وأسفله بل على جوانبه.

٢ أوجد حجم المنشور الثلاثي المجاور.



ح = م × ع — حجم المنشور.

ح = $(\frac{١}{٢} \times ٦ \times ٧) \times$ ع — القاعدة مثلثة، لذلك م = $\frac{١}{٢} \times ٦ \times ٧$.

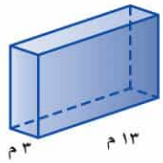
ح = $(\frac{١}{٢} \times ٦ \times ٧) \times ١٠$ — ارتفاع المنشور = ١٠.

ح = ٢١٠ — بسّط.

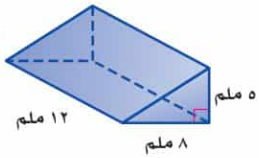
الحجم هو ٢١٠ سم^٣.

تحقّق من فهمك: أوجد حجم كل منشور ممّا يأتي:

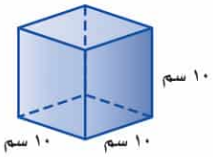
أ)



ب)



جـ)

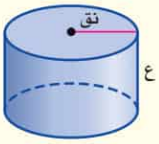


الأسطوانة مجسم قاعدتاه دائرتان متطابقتان ومتوازيتان متصلتان معًا بجانب منحنٍ.
ويمكن استعمال الصيغة ح = م×ع لإيجاد حجم أسطوانة، والقاعدة هي دائرة.

حجم الأسطوانة — مفهومٌ أساسيٌ

التعبير اللفظي: حجم الأسطوانة (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع).

النموذج:



الرموز: ح = م ع

مثـــال

إيجاد حجم الأسطوانة

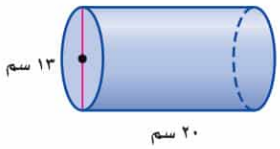
إرشادات للدراسة

تقدير

للتحقق من معقولية جوابك، يمكنك تقدير حجم الأسطوانة في المثال ٣ ليكون:

٣ × ٧ × ٢٠ × ٢٠ = ٢٩٤٠ م^٣ تقريبًا.

٣ أوجد حجم الأسطوانة المجاورة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



بما أن القطر يساوي ١٣ سم، فإن نصف القطر يساوي ٦,٥ سم.

ح = ط نق^٢ ع — حجم الأسطوانة.

ح = ط $(٦,٥)^٢ \times ٢٠$ — عوّض عن نق بـ ٦,٥ وعن ع بـ ٢٠.

ح ≈ ٢٦٥٤,٦ — بسّط مستعملًا الآلة الحاسبة.

الحجم يساوي ٢٦٥٤,٦ سم^٣ تقريبًا.

تحقّق من فهمك:

أوجد حجم كلٍّ من الأسطوانات الآتية، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

د) نصف القطر ٢ م، والارتفاع ٧ م.

هـ) القطر ١٨ سم، والارتفاع ٥ سم.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

المجسم المكوّن من أكثر من نوع من المجسمات يُسمى **مجسّمًا مركّبًا**، ولإيجاد حجم هذا المجسّم، قسّمه إلى مجسمات يسهل إيجاد أحجامها.

إرشادات للدراسة

تقدير

في المثال ٤، يمكنك التحقق من معقولية الجواب بتقدير الحجم:

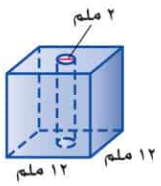
١٢ × ١٢ × ١٢ = ١٧٢٨ ملم^٣.

لاحظ أنه أكثر بقليل من ١٦٩٠ ملم^٣، إذن الجواب معقول.

مثـــال

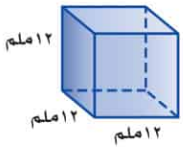
إيجاد حجم المجسّم المركب

٤ **براعة:** تستعمل مي خرزًا مكعب الشكل لصنع حُلِي، وكل خرزة لها ثقب أسطواني في وسطها. أوجد حجم الخرزة.



تتكون الخرزة من منشور رباعي وأسطوانة، أوجد حجم كل مجسّم منهما.

المنشور الرباعي



ح = م ع

ح = (١٢ × ١٢) × ١٢ = ١٧٢٨

الأسطوانة

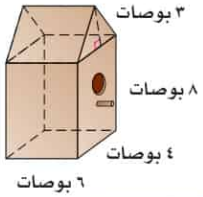
ح = م ع

ح = (ط × ١^٢) × ١٢ = ٣٧,٧

حجم الخرزة = ١٧٢٨ − ٣٧,٧ = ١٦٩٠,٣ ملم^٣.

تحقّق من فهمك:

و) **طيور:** صمَّم نجار قفصًا للطيور الصغيرة كما في الشكل المجاور، أوجد حجم القفص.



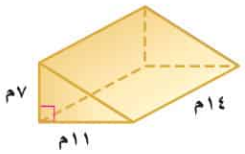
تأكّـــد

المثالان ١، ٢

أوجد حجم كل منشور ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

١

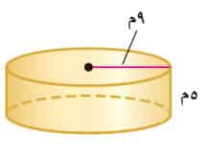
٢



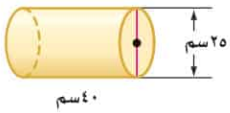
المثال ٣

أوجد حجم كل أسطوانة ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

٣



٤



المثال ٤

٥ **ألعاب:** أُهدي بيت الدمية المجاور لأخت منال الصغرى. فما حجمه؟

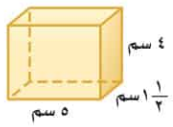
وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1445

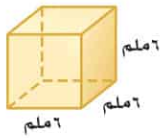
تـدرَّب وحلَّ المسائل

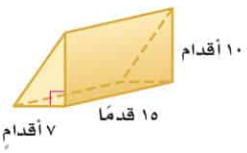
الإرشادات للأسئلة

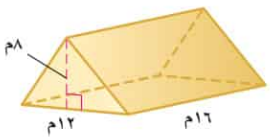
للأسئلة	انظر الأمثلة
٦-٩،	٢،١
١٢، ١٣	
١٠، ١١،	٣
١٤، ١٥	
١٦، ١٧	٤

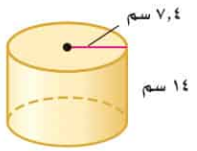
أوجد حجم كل مجسّم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

٦ 

٧ 

٨ 

٩ 

١٠ 

١١

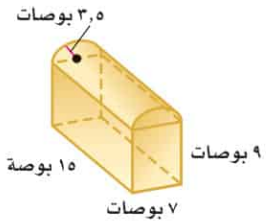
١٢ منشور رباعي: طوله ٤ سم، وعرضه ٦ سم، وارتفاعه ١٧ سم.

١٣ منشور ثلاثي: ارتفاعه $\frac{١}{٢}$ ٨م، وقاعدته مثلثة الشكل ارتفاعها ١٤ م، وطول قاعدتها ٥م.

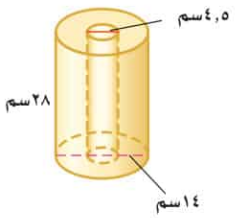
١٤ أسطوانة: نصف قطر قاعدتها ٢٥ ملم، وارتفاعها ٢٠ ملم.

١٥ أسطوانة: قطر قاعدتها ٢ , ٧ بوصات، وارتفاعها ٨ , ٥ بوصات.

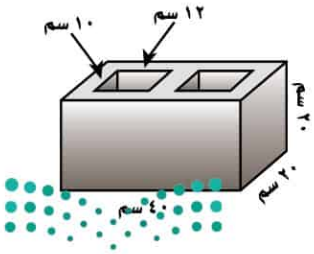
١٦ **صندوق:** أوجد حجم صندوق المجوهرات الموضح أدناه؟



١٧ **مناشف:** يبين الشكل أدناه أبعاد لفة مناشف ورقية جديدة. فما حجمها؟



١٨ **بناء:** طوب بناء خرساني على شكل منشور رباعي فيه ثقبان متساويان كما في الشكل المجاور، ما حجم مادة الخرسانة في طوب البناء؟



وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

١٩ أوجد ارتفاع منشور رباعي طوله ٦,٨ م، وعرضه ١,٥ م، وحجمه ٩١,٨ م^{٣}.

٢٠ أوجد ارتفاع أسطوانة طول نصف قطرها ٤ سم، وحجمها ٣٠١,٦ سم^{٣}.

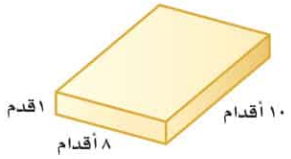
٢١ **تجارة:** اشترى تاجر كمية من السمسم حجمها ٢٥٠٠ بوصة مكعبة، ثم وزَّعها في علب أبعادها ٢ × ٦ × ٨ بوصاتٍ، فإذا باع ٢٠ علبة منها، فكم يبقى من كمية السمسم؟

٢٢ **تغليف:** يبين الشكل المجاور علبة كرتونية، إذا قرّرت الشركة المصنِّعة استعمال تصميم جديد للعلبة بالحجم والارتفاع نفسه، ولكن بشكل أسطواني، فما طول قطر قاعدة الشكل الجديد الذي يمكن استعماله؟

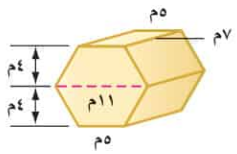
٢٣ **بِرك:** قرّر أحمد حفر بِرْكة سباحة لأطفاله بطول ٢٠ قدمًا، وعرض ١١ قدمًا، وعمق ٢,٥ قدم، وسينقل التراب الناتج عن الحفر بعربة تتسع لـ ٩ أقدام مكعبة من التراب، فكم مرة تستعمل العربة لنقل التراب من الموقع؟

٢٤ **حدائق:** يعمل إبراهيم حوضًا لزراعة الخضراوات بالقياسات المبينة. واستعمل لذلك أكياس تراب سعة الواحد منها ٠,٥ ياردة مكعبة، فكم كيسًا يحتاجها لملء الحوض؟

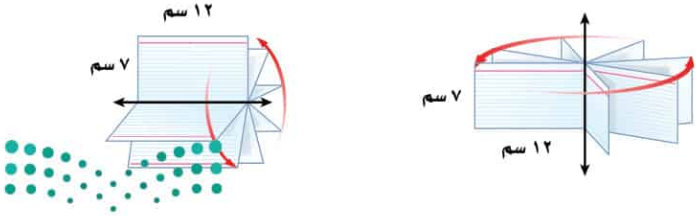
(**إرشاد:** ١ ياردة مكعبة = ٣×٣×٣ = ٢٧ قدمًا مكعبة)



٢٥ **هندسة:** اشرح كيف يمكنك إيجاد حجم المنشور السداسي المجاور، ثم أوجد حجمه.



٢٦ افترض أن لديك بطاقة ملاحظات مستطيلة الشكل بُعداها ٢١ سم × ٧ سم، إذا دوّرت البطاقة حول ضلعها الأطول ، ثم حول ضلعها الأقصر كما في الشكل أدناه، فكوّنت أسطوانتين مختلفتين . أيّ الأسطوانتين حجمها أكبر ؟ فسّر إجابتك.



وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

مسائل
مهارات التفكير العليا

تحدٍّ: للأسئلة (٢٧-٣٠) صِفْ كيف يتأثر حجم كل مجسم مما يأتي بعد إجراء التغيير المذكور في أبعاده.

٢٧ مضاعفة أحد أبعاد المنشور المستطيلي.

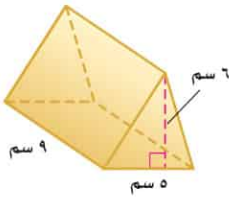
٢٨ مضاعفة بُعدين من أبعاد المنشور المستطيلي.

٢٩ مضاعفة جميع أبعاد المنشور المستطيلي.

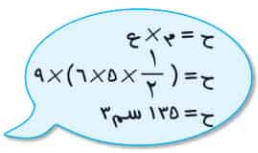
٣٠ مضاعفة نصف قطر قاعدة الأسطوانة.

٣١ **مسألة مفتوحة:** اختر مجسمًا أسطوانيًّا، ثم أوجد حجمه، وتحقق من استعمال وحدات مناسبة، وفسّر إجابتك.

٣٢ **اكتشف الخطأ:** أوجد كلٌّ من زيد ولؤي حجم المنشور المجاور، فأيّهما توصّل للجواب الصحيح؟



زيد



لؤي

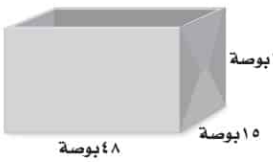
٣٣ **اكتب** صيغتين يمكنك استعمالهما لإيجاد حجم المنشور المستطيلي (متوازي المستطيلات)، واذكر الصيغة التي تفضلها ، وبين سبب ذلك.

تدريب على اختبار

٣٤ أسطوانة طول قطرها ١٢ بوصةً، وارتفاعها ٣٠ بوصةً، قدّر حجم الأسطوانة بالأقدام المكعبة؟
(**ارشاد:** ١ قدم = ١٢ بوصةً)

أ) ١ قدم مكعبة
ب) ٢ قدم مكعبة
ج) ٣ أقدام مكعبة
د) ٤ أقدامٍ مكعبة

٣٥ **إجابة قصيرة:** صندوق مصنوع من الكرتون أبعاده موضحة على الشكل أدناه. ما حجم الصندوق بالأقدام المكعبة ؟

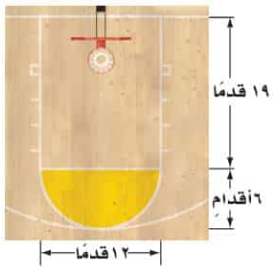


وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

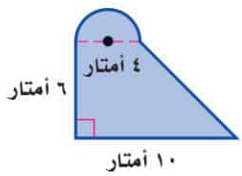
مراجعة تراكمية

٣٦ ما عدد أحرف الهرم الثماني؟ (الدرس ٨ - ٣)

٣٧ **كرة السلة :** يبين الشكل المجاور منطقة مستطيلة الشكل من ملعب كرة سلة تحت المرمى تسمى المنطقة المحرّمة ، حيث لا يسمح للاعبين البقاء فيها من ملعب الخصم لأكثر من ٣ ثوان دون الاستحواذ على الكرة، كذلك يظهر في الشكل نصف دائرة تحوى خط الرمية الحرّة وتسمى دائرة الرمية الحرة . أوجد مساحة هذين الجزأين. (الدرس ٨ - ١)



٣٨ أوجد مساحة الشكل المركب المجاور. (الدرس ٨ - ١)



٣٩ سقط ضفدع في حفرة عمقها ٨ أقدام ، إذا تمكن الضفدع من التسلق على حافة الحفرة ٣ أقدام نهار كل يوم، ولكنه ينزلق إلى أسفل قدمين بالليل ، فكم يومًا يحتاج الضفدع حتى يخرج من الحفرة ؟ استعمل استراتيجية "حل مسألة أبسط". (الدرس ٨ - ٢)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة : أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يلي :

٤٠ $\frac{١}{٣} \times ٦ \times ١٠$

٤١ $\frac{١}{٣} \times ٧ \times ١٥$

٤٢ $\frac{١}{٣} \times ٤^{٢} \times ٩$

٤٣ $\frac{١}{٣} \times ٦^{٢} \times ٢٠$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

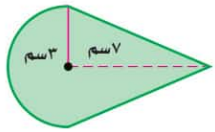
الفصل ٨

اختبار منتصف الفصل

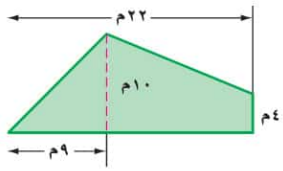
الدروس من ٨-١ إلى ٨-٤

أوجد مساحة الشكلين الآتيين، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٨ – ١)

١



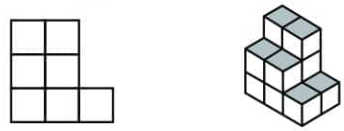
٢



٣ ما رقم الآحاد في العدد $٣^{٢٠٠}$ ؟
(استعمل استراتيجية حل مسألة أبسط) (الدرس ٨ – ٢)

٤ **حفلات:** تُباع البالونات في أكياس سعة كلٍّ منها ١٥ بالونةً أو ٣٥ بالونةً، وتحتاج ريم إلى ١٩٥ بالونة لتزيين مكان حفل، فكم كيسًا من كل نوع على ريم أن تشتري؟ (استعمل استراتيجية حل مسألة أبسط).
(الدرس ٨ – ٢)

٥ يمثل الشكل أدناه مخططًا لمجسمٍ صُنع من المكعبات ، فأي منظر لهذا المجسم يمثله الشكل أدناه : الأمامي أم الجانبي أم العلوي؟ (الدرس ٨ – ٣)



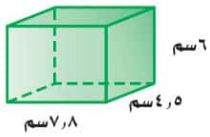
٦ **ألعاب:** ارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي لمكعب الألغاز المجاور. (الدرس ٨ – ٣)

٧ **اختيار من متعدد:** أرادت مها رسم جميع أوجه منشور ثلاثي. فما الأشكال التي ستظهر في ورقتها؟
(الدرس ٨ – ٢)

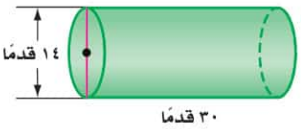
أ) مربعان ومثلثان.
ب) مثلثان وثلاثة مستطيلات.
جـ) ثلاث مثلثات.
د) مثلث ، وثلاث مستطيلات.

أوجد حجم كل مجسم مما يلي ، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٨ – ٤)

٨



٩



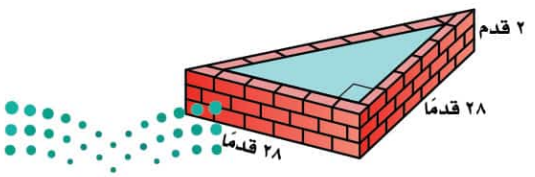
١٠ **اختيار من متعدد:** ما حجم صندوق مكعب الشكل، طول حرفه ١٥ بوصةً ؟ (الدرس ٨ – ٤)

أ) ٢٢٥ بوصة مكعبة
جـ) ١٣٥٠ بوصة مكعبة
ب) ٩٠٠ بوصة مكعبة
د) ٣٣٧٥ بوصة مكعبة

١١ منشور مستطيلي (متوازي مستطيلات) حجمه ٨٨,٤ $م^{٣}$، ما عرض قاعدة المنشور إذا كان طولها ٧,٦ م وارتفاع المنشور ٨ م ؟ مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.
(الدرس ٨ – ٤)

١٢ **شمع:** قطر شمعة اسطوانية الشكل ١٠ سم، وارتفاعها ٢١ سم، إذا تم إذابتها وتحويلها إلى قطع متساوية كل منها على هيئة منشور أبعاده ٤سم × ٦سم × ٨سم، فكم عدد القطع الناتجة؟ (الدرس ٨ – ٤)

١٣ **بِرك:** بركة لأسماك الزينة على شكل منشور ثلاثي تقع في أحد المجمعات التجارية، استعمل الشكل أدناه لإيجاد حجم البركة. (الدرس ٨ – ٤)



وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

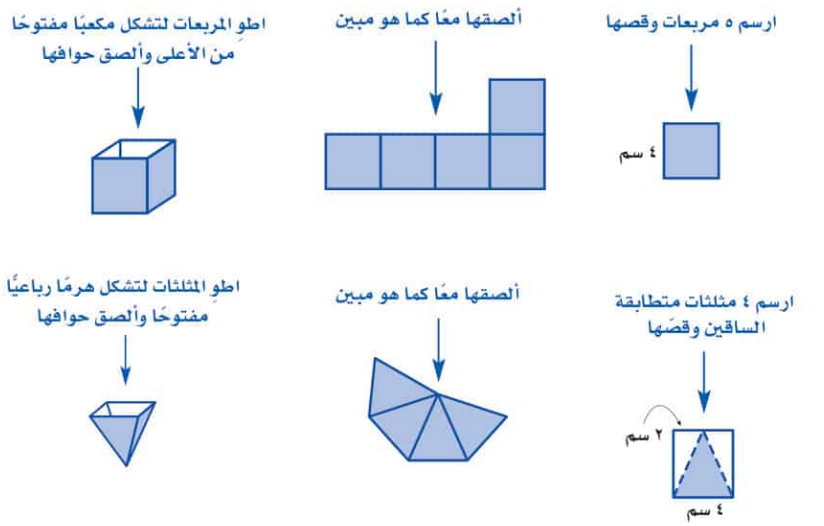
٨ - ٥ حجم الهرم والمخروط

فكرة الدرس:
أجد حجم كلٍّ من الهرم والمخروط.

المفردات
المخروط

نَشاطٌ

في هذا النشاط، سوف تستقصي العلاقة بين حجمَي هرم ومنشور تتساوَى فيهما مساحة القاعدة وطول الارتفاع.



١ قارن بين كلٍّ من مساحتَي القاعدتين والارتفاع في الشكلين.

٢ املأ الهرم بالرمل، وامسح أعلاه بمسطرة لتسوية السطح، ثم فرّغ الرمل في المكعب، وكرر العملية حتى يمتلئ المكعب. كم مرة قمت بتعبئة الهرم لملء المكعب؟

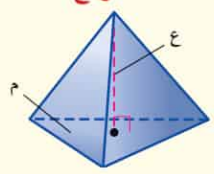
٣ ما الكسر الذي يُمثل الكمية التي تملأ المكعب من هرم واحد؟

حجم الهرم يساوي ثلث حجم المنشور المساوي له في مساحة القاعدة والارتفاع.

حجم الهرم — مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: حجم الهرم (ح) يساوي ثلث ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع).

النموذج:

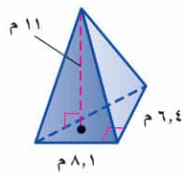


الرموز: $ح = \frac{١}{٣}$ م ع

ارتفاع الهرم أو المخروط هو البعد العمودي بين الرأس والقاعدة.

مثـــال

إيجاد حجم الهرم



١ أوجد حجم الهرم المجاور، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

ح = $\frac{١}{٣}$ م ع — حجم الهرم.

ح = $\frac{١}{٣}$ ($\frac{١}{٢}$ × ٨,١ × ٦,٤) × ١١ — م = $\frac{١}{٢}$ × ٨,١ × ٦,٤.

ح = ٩٥,٠٤ — بسّط.

فيكون الحجم ٩٥ م^{٣} تقريبًا.

تحقّق من فهمك:

أ) أوجد حجم هرم ارتفاعه ٥ م، وقاعدته مربع طول ضلعه ٢م.

إرشادات للدراسة

تقدير

يمكنك تقدير حجم الهرم في المثال (١) ليكون $\frac{١}{٣}$ ($\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٦) × ١١ = ٨٨ م^{٣} تقريبًا.

بما أن ٩٥,٠٤ م^{٣} قريبة إلى ٨٨ م^{٣}، إذن الجواب معقول.

مِثـالٌ من واقع الحيـاة

٢ فن البناء: برج الفيصلية يمثل هرمًا مقوس الحواف. واعتمادًا على المعلومات المجاورة، احسب المساحة التقريبية لقاعدته، إذا كان حجم الهرم الذي يمثله ١٣٣٥٠٠ م^{٣} تقريبًا.

ح = $\frac{١}{٣}$ م ع — حجم الهرم.

١٣٣٥٠٠ = $\frac{١}{٣}$ × م × ٢٦٧ — ح = ١٣٣٥٠٠، ع = ٢٦٧.

$\frac{٣}{٢٦٧}$ × ١٣٣٥٠٠ = $\frac{٢٦٧}{٣}$ × $\frac{٣}{٢٦٧}$ × م — اضرب كل طرف في $\frac{٣}{٢٦٧}$.

١٥٠٠ = م — بسّط.

فتكون مساحة قاعدته ١٥٠٠ م^{٢} تقريبًا.

تحقّق من فهمك:

ب) **براعة:** صنع ماجد شمعة على شكل هرم، حجمها ٨٦٤ سم^{٣}، ومساحة قاعدتها ١٤٤ سم^{٢}، فما ارتفاعها؟

الربط بالحياة.....

برج الفيصلية أحد أبرز معالم مدينة الرياض، ويبلغ ارتفاعه ٢٦٧م، ويحتل المرتبة الأربعين ضمن أطول مباني العالم بارتفاع ثلاثين طابقًا، ويرتفع إلى أعلى بشكل هرمي مقوس الحواف تعلوه كرة زجاجية.

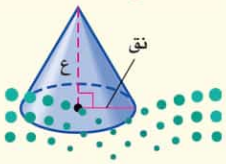
المخروط شكل ثلاثي الأبعاد له قاعدة دائرية، وسطح منحنٍ يصل القاعدة بالرأس. وعلاقة حجم المخروط بحجم الأسطوانة كعلاقة حجم الهرم بحجم المنشور.

حجم المخروط

مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: حجم المخروط (ح) الذي نصف قطر قاعدته (نق) يساوي ثلث ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع).

النموذج:

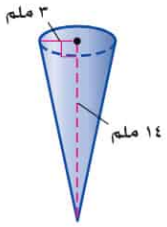


الرموز: ح = $\frac{١}{٣}$ م ع أو ح = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

مثـــال إيجاد حجم المخروط

٣ أوجد حجم المخروط المجاور.



$ح = \frac{١}{٣} ط نق^{٢} ع$ حجم المخروط.

$ح = \frac{١}{٣} ط \times ٣^{٢} \times ١٤$ نق = ٣، ع = ١٤.

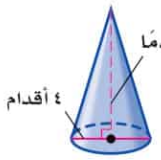
$ح \approx ١٣١,٩$ بسّط، استعمل الآلة الحاسبة ($\pi = ط$).

فيكون الحجم ١٣١,٩ ملم^{٣} تقريبًا.

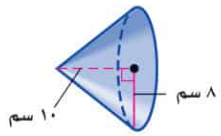
تحقّق من فهمك:

أوجد حجم كل مخروط ممّا يأتي مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

جـ)



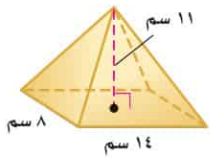
د)



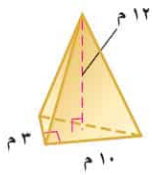
تأكّـــد

المثال ١ أوجد حجم كل هرم ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

١



٢



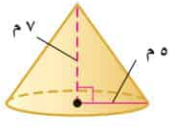
٣ أوجد حجم هرم ارتفاعه ١٧ مترًا، وقاعدته مربعة طول ضلعها ٢٢ مترًا.

المثال ٢

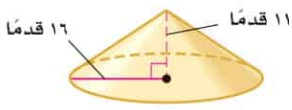
٤ **آثار:** هرم (منقرع) هو أحد أهرامات مصر القديمة، ارتفاعه الحالي ٥ , ٦٥ م، وحجمه ٢٥٤٦٦٤ م^{٣} تقريبًا، فما طول كل جانب من قاعدته المربعة؟

المثال ٣ أوجد حجم كل مخروط ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

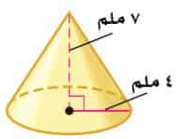
٥



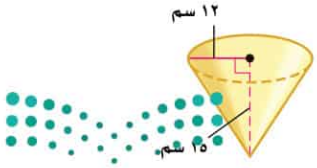
٦



٧



٨



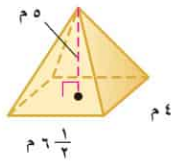
وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1443

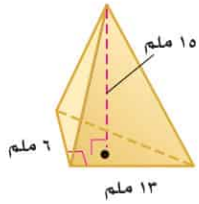
تـدرَّب وحلَّ المسائل

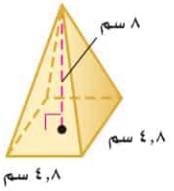
الإرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٠-١٢	١
١٧	٢
١٣-١٦	٣

أوجد حجم كل هرم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

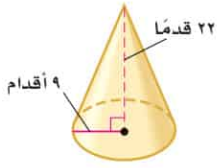
٩ 

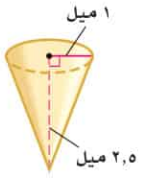
١٠ 

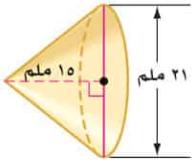
١١ 

١٢ هرم ثلاثي: قاعدته على شكل مثلث طول قاعدته ١٠ سم، وارتفاعه ٧ سم، وارتفاع الهرم ١٥ سم.

أوجد حجم كل مخروط ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

١٣ 

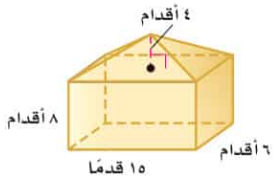
١٤ 

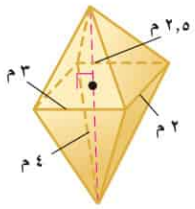
١٥ 

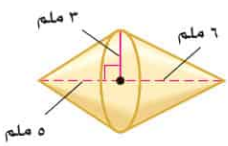
١٦ مخروط: قطر قاعدته ١٢م، وارتفاعه ٥ م.

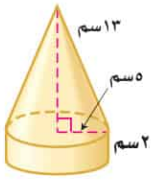
١٧ **علوم:** أُنشئ نموذج جبل بركاني؛ ليكون مشروعًا في مادة العلوم على شكل مخروط طول قطر قاعدته ٨ سم، فإذا كان حجم النموذج ٢٠١سم^٣ تقريبًا، فما ارتفاعه؟

أوجد حجم كل مجسم، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

١٨ 

١٩ 

٢٠ 

٢١ 

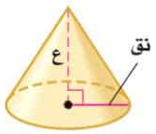
٢٢ **قبعات:** يريد مهرج أن يملأ قبعته رملًا، استعمل الرسم المجاور لتحديد كم تسع قبعته من الرمل.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٣ **تحدّ:** ماذا يحدث لارتفاع مخروط عند ضرب نصف القطر في ثلاثة مع المحافظة على الحجم نفسه ؟

٢٤ **الحسّ العددي:** أيُّهما له تأثير أكبر في حجم المخروط: مضاعفة نصف قطره ، أم مضاعفة ارتفاعه ؟ برِّر إجابتك.



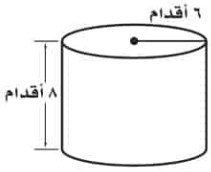
٢٥ **اكتب** موقفًا من واقع الحياة يمكن أن يُحل بإيجاد حجم المخروط.

تدريب على اختبار

٢٦ هرم قاعدته مستطيلة الشكل، بُعداها ١٨ بوصة × ٣٠ بوصة، وارتفاعه ٣٦ بوصة. أيٌّ مما يأتي أقرب إلى حجم الهرم بالأقدام المكعبة؟
(إرشاد : ١ قدم = ١٢ بوصة)

أ) ٢,٥ قدم مكعبة جـ) ٤ أقدام مكعبة
ب) ٣ أقدام مكعبة د) ٥,٥ أقدام مكعبة

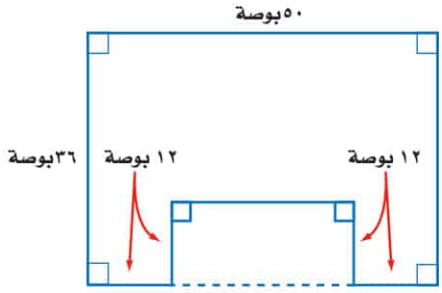
٢٧ ما حجم الأسطوانة المجاورة؟ مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



أ) ٤٨ قدمًا مكعبة جـ) ٢٨٨ قدمًا مكعبة
ب) ١٥٠,٣ قدمًا مكعبة د) ٩٠٤,٨ أقدام مكعبة

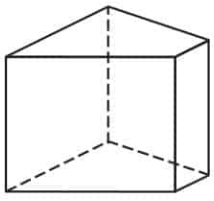
مراجعة تراكمية

٢٨ **أثاث:** يبين الشكل المجاور سطح طاولة . ما مساحة سطح الطاولة؟ (الدرس ٨ - ١)



٢٩ **صابون:** أوجد حجم علبة الصابون السائل في الشكل المجاور. (الدرس ٨ - ٤)

٣٠ حدِّد اسم المجسم المجاور، وبيّن عدد أوجُهِه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه. (الدرس ٨ - ٣)



الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد محيط كل دائرة مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

٣١ قطرها ٩ بوصات
٣٢ قطرها ٥,٥ أقدام
٣٣ نصف قطرها ٢ م
٣٤ نصف قطرها ٣,٨ سم

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1443

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

استكشاف
٦-٨

معمل القياس
مساحة سطح الأسطوانة

المخططات: هي أنماط من بُعدين لأشكال ثلاثية الأبعاد. ولتكوين مخطط لمجسّم ما، جزِّئْه إلى أشكال منفصلة، ويمكنك استعمال المخطط لإيجاد مساحة كل وجه لمجسم ثلاثي الأبعاد مثل الأسطوانة.

فكرة الدرس:
أجد مساحة سطح الأسطوانة باستعمال النماذج والمخططات.

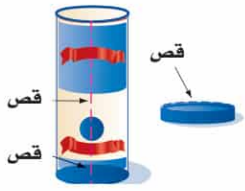
المفردات
المخطط

نشاط

الخطوة ١ استعمل وعاءً أسطواني الشكل فارغًا له غطاء، وقس ارتفاع الوعاء، وسجِّله.

الخطوة ٢ لوّن غطاء الوعاء وقاعدته باللون الأزرق، وصِلْ بينهما بخط أحمر رأسي.

الخطوة ٣ ارفع الغطاء، وقم بقص الوعاء كما في الشكل أدناه، ثم ابسط الجانب المنحني للأسطوانة على سطح أفقي وأضف الغطاء والقاعدة ليتكون مخطط الأسطوانة.



حلّل النتائج

١ صِفِ الأجزاء المستوية التي تكوّن مخطط الوعاء الأسطواني.

٢ أوجد مساحة كل جزءٍ منها، ومجموع تلك المساحات.

٣ أوجد قطر الجزء الأعلى للوعاء الأسطواني، واستعمله في إيجاد محيط ذلك الوجه.

٤ اضرب المحيط في ارتفاع الوعاء، فماذا تشكل هذه النتيجة؟

٥ اجمع النتيجة من سؤال ٤ إلى مجموع مساحة القاعدتين الدائرتين.

٦ قارن بين إجابتَيك عن التمرينين ٢ ، ٥ .

٧ **خمّن:** اكتب طريقة لإيجاد المساحة الكلية لسطح أسطوانة عُلِم قياس كلٍّ من ارتفاعها وقطر إحدى قاعدتَيها.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

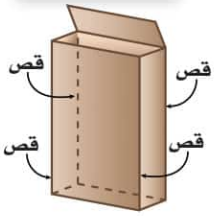
www.ien.edu.sa

٨ - ٦ مساحة سطح المنشور والأسطوانة

فكرة الدرس:
أجد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح منشور وأسطوانة.

المفردات
الوجه الجانبي
المساحة الجانبية للسطح
المساحة الكلية للسطح

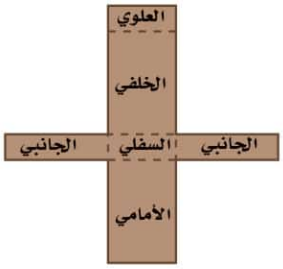
نشاطٌ



الخطوة ١ استعمل صندوقًا ذا غطاء كما في الشكل المجاور، وقس ارتفاعه ومحيط وجهه العلوي أو السفلي، وسجل ذلك.

الخطوة ٢ سمِّ الوجه العلوي والسفلي والأمامي والخلفي والجانبي.

الخطوة ٣ افتح الغطاء وقصّ الصندوق في ٤ أحرف كما في الشكل، ثم افتح الصندوق وضعه بشكل مستوٍ لتكوين مخططه، وقس أبعاد كل وجهٍ وسجلها.



١ أوجد مساحة كل وجه، ثم مجموع تلك المساحات.

٢ اضرب محيط قاعدة الصندوق في ارتفاعه. ماذا يمثل ناتج الضرب؟

٣ اجمع ما حصلت عليه في السؤال ٢ إلى مجموع مساحة القاعدتين.

٤ قارن بين الإجابتين في ١ و ٣ .

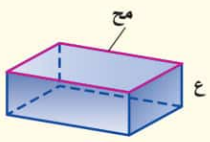
أوجدت في النشاط مساحة كل سطح (أو وجه) للصندوق. **الوجه الجانبي** لمجسّم هو أي سطح مستوٍ وليس القاعدة. **المساحة الجانبية لسطح** مجسّم هي مجموع مساحات الأوجه الجانبية له. أما **المساحة الكلية لسطح** مجسّم فهي مجموع مساحات جميع أوجهه.

المساحة الجانبية لسطح المنشور

مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: المساحة الجانبية (جـ) لسطح منشور تساوي ناتج ضرب محيط القاعدة (مح) في الارتفاع (ع).

النموذج:

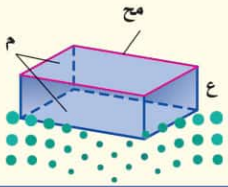


الرموز: جـ = مح ع

المساحة الكلية لسطح المنشور

التعبير اللفظي: المساحة الكلية (ك) لسطح منشور هي مجموع المساحة الجانبية ومساحة القاعدتين.

النموذج:



الرموز: ك = جـ + ٢م أو ك = مح ع + ٢م

مثالان

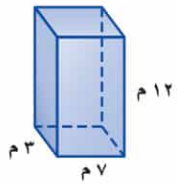
مساحة سطح المنشور

إرشادات للدراسة

قاعدتا المنشور الرباعي

للأمثلة والتمارين في هذا الكتاب افترض أن الوجهين العلوي والسفلي للمنشور المستطيلي (متوازي المستطيلات) هما قاعدتاه.

١ أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح المنشور الرباعي المجاور. قاعدتاه مستطيلان بُعدا كلٍّ منهما ٣م، ٧م.



ابدأ بإيجاد المحيط والمساحة للقاعدتين.

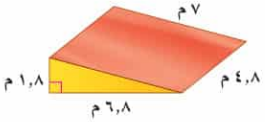
محيط القاعدة	مساحة القاعدة
مح = ٢ الطول + ٢ العرض	ق = الطول × العرض
مح = ٢(٧) + ٢(٣) = ٢٠	ق = ٧×٣ = ٢١

استعمل هذه المعلومات لإيجاد المساحة الجانبية والكلية للمنشور.

المساحة الجانبية	المساحة الكلية
جـ = مح ع	ك = جـ + ٢م
جـ = ٢٠×١٢ = ٢٤٠	ك = ٢٤٠ + ٢×٢١ = ٢٨٢

فتكون المساحة الجانبية ٢٤٠م^{٢}، والمساحة الكلية ٢٨٢م^{٢}.

٢ **تزلج مائي:** يُستعمل في منافسات التزلج على الماء منحدر مغطًّى بالشمع أو الزجاج الليفي، أوجد المساحة الكلية لسطح المنحدر.



قدّر: ك = (٢ + ٧ + ٧) × ٥ + ٢ × ٧ = ٩٤م^{٢}.

قاعدتا المنشور مثلثان متطابقان، أطوال أضلاع كلٍّ منهما ١,٨م، ٦,٨م، ٧م، أوجد محيط إحدى القاعدتين ومساحتها.

محيط القاعدة	مساحة القاعدة
مح = ١,٨ + ٦,٨ + ٧	ق = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع
مح = ١٥,٦	= $\frac{١}{٢}$ (٦,٨) × ١,٨ = ٦,١٢

استعمل هذه المعلومات لإيجاد المساحة الكلية.

ك = مح ع + ٢م	المساحة الكلية للمنشور.
ك = ١٥,٦ × ٤,٨ + ٢ × ٦,١٢	مح = ١٥,٦، ع = ٤,٨، ق = ٦,١٢.
ك = ٨٧,١٢	بسّط.
المساحة الكلية هي ٨٧,١٢م^{٢}.	قارن الإجابة بالمساحة المقدرة.

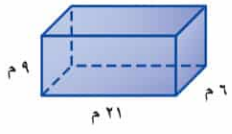
الربط بالحياة:

تتكون منافسات التزلج على الماء من ثلاثة أنواع: التزلج المتعرج، والقفز، والبراعة. وتشمل مستويات عمرية مختلفة أيضًا.

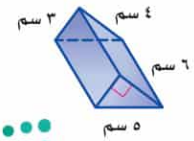
تحقّق من فهمك:

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل منشور فيما يأتي:

أ)

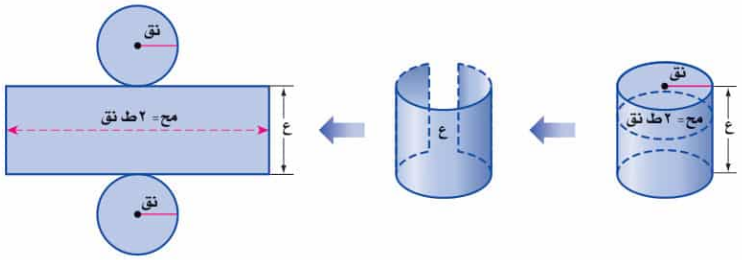


ب)



وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

يمكنك إيجاد المساحة الكلية لسطح أسطوانة، بإيجاد مساحة قاعدتَيها وإضافة مساحة السطح الجانبي المنحني. عند قصّ الأسطوانة يتكون مخططها من دائرتين ومستطيل.



النموذج	المخطط	المساحة
القاعدتان الدائريتان	دائرتان متطابقتان بنصف قطر نق	٢(ط نق^{٢}) = ٢ط نق^{٢}
الغطاء الجانبي	مستطيل عرضه ع وطوله ٢ط نق	٢ ط نق × ع = ٢ط نق ع

كما في المنشور، استعمل قياسات الأسطوانة لإيجاد المساحة الجانبية والكلية لسطحها.

إرشادات للدراسة

أسطوانات

صيغ المساحة الجانبية والكلية للأسطوانة تشبه الصيغ المناظرة لها للمنشور. ففي المنشور:
جـ = مح × ع
وبما أن قاعدة الأسطوانة دائرية، فإن محيطها هو محيط الدائرة (مح = ٢ ط نق).
وفي المنشور: ك = جـ + ٢ م
وبما أن قاعدة الأسطوانة دائرية، فإن مساحتها هي مساحة الدائرة ط نق^{٢}.

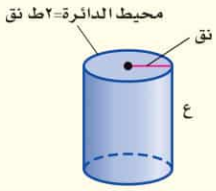
المساحة الجانبية لسطح الأسطوانة

مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: المساحة الجانبية (جـ) لسطح أسطوانة ارتفاعها (ع) ونصف قطر قاعدتها (نق) هي ناتج ضرب محيط القاعدة (مح) في الارتفاع (ع).

الرموز: جـ = مح ع أو جـ = ٢ ط نق ع

النموذج:



المساحة الكلية لسطح الأسطوانة

التعبير اللفظي: المساحة الكلية (ك) لسطح أسطوانة ارتفاعها ع ونصف قطر قاعدتها نق هي مجموع المساحة الجانبية ومساحة القاعدتين.

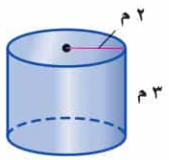
الرموز: ك = جـ + ٢ ط نق^{٢} أو ك = ٢ ط نق ع + ٢ ط نق^{٢}

النموذج:

مثالان

مساحة سطح الأسطوانة

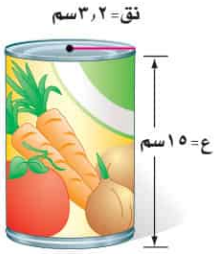
٣ أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح الأسطوانة المجاورة.



المساحة الجانبية	المساحة الكلية
جـ = ٢ ط نق ع	ك = جـ + ٢ ط نق^{٢}
جـ = ٢ ط × ٢ × ٣	ك = ٣٧,٧ + ٢ ط (٢)^{٢}
جـ ≈ ٣٧,٧	ك ≈ ٦٢,٨

المساحة الجانبية للأسطوانة ٣٧,٧ م^{٢} تقريبًا، والمساحة الكلية ٦٢,٨ م^{٢} تقريبًا.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445



٤ ملصقات: أوجد مساحة الملصق على العلبة المبينة في الشكل المجاور.

بما أن الملصق يغطي السطح الجانبي، فإنك تحتاج فقط إلى إيجاد المساحة الجانبية للعلبة.

قدِّر: جـ = ٢ ط نق ع

جـ ≈ ٢ × ٣ × ٣ × ١٥ ط ≈ ٣، نق = ٣,٢ ≈ ٣، ع = ١٥.

جـ ≈ ٢٧٠سم^{٢}

جـ = ٢ط نق ع المساحة الجانبية للأسطوانة.

جـ = ٢ط × ٣,٢ × ١٥ نق = ٣,٢، ع = ١٥.

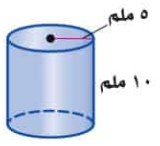
جـ ≈ ٣٠١,٥٩ بسّط.

فتكون المساحة الجانبية ٣٠٢سم^{٢} تقريبًا. قارن الجواب بالمساحة المقدّرة.

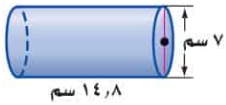
تحقّق من فهمك:

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل أسطوانة مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عُشر:

جـ)



د)

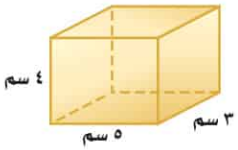


تأكّد

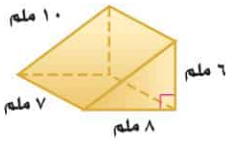
أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل مجسّم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عشر:

المثالان ١، ٢

١)

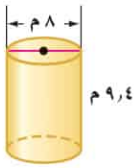


٢)



المثال ٣

٣)



٤)

المثال ٤

٥ تغليف: تغلف بعض علب العصير الأسطوانية الشكل بورق كما في الشكل المجاور. أوجد مساحة ورقة تغليف علبة العصير.

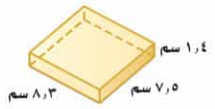
وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

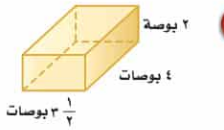
تـدرَّب وحلَّ المسائل

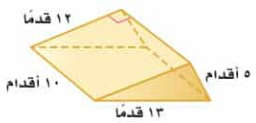
إرشادات للأسئلة

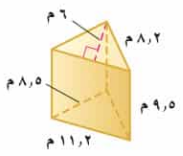
للأسئلة	انظر الأمثلة
٦، ٧	١
٨، ٩، ١٢	٢
١٠، ١١	٣
١٣	٤

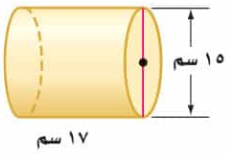
أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل مجسّم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عشر:

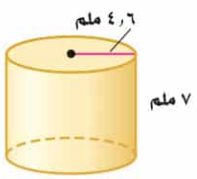
٦ 

٧ 

٨ 

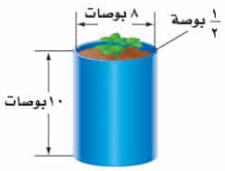
٩ 

١٠ 

١١ 

١٢ **خيام :** يُنتج مصنع خيامًا بلاستيكية كما في الشكل المجاور. فما مساحة قطعة البلاستيك التي تلزم لصنع خيمة؟

١٣ **فن:** اشترت هناء وعاء النبات المجاور، فإذا كان طول قطره الداخلي ٨ بوصات، وارتفاعه ١٠ بوصات، وسمك الإناء $\frac{1}{2}$ بوصة، وأرادت هناء طلاء قاعدة الوعاء وسطحه من الداخل والخارج، فكم بوصة مربعة من الإناء يجب أن تُطلَى؟



١٤ منشور مستطيلي (متوازي مستطيلات) طوله ١٢ سم ، وعرضه ٤ سم، ومساحته الكلية تساوي ٥٧٦ سم^2، فما ارتفاعه؟

١٥ **تغليف:** صُمّم وعاءان من الكرتون لأحد أنواع الحبوب كما في الشكل المجاور، فإذا كان الحجمان متساويين تقريبًا، فأي الوعائين يحتاج إلى كميةٍ أقل من الكرتون؟ فسِّر إجابتك.

مسائل
مهارات التفكير العليا

١٦ **تبرير:** حدّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فأعطِ مثالًا مضادًّا: "إذا تساوَى حجما منشورين مستطيلين فإنه يكون لهما المساحة الكلية نفسها ".

١٧ **تحدٍّ :** أيُّ الحالتين تزداد عندها المساحة الكلية لسطح الأسطوانة بشكل أكبر: مضاعفة الارتفاع مرة أم مضاعفة نصف القطر مرة؟ فسِّر إجابتك.

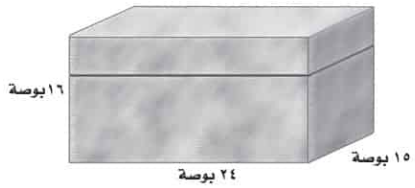
١٨ **الحس العددي:** إذا زدت نصف قطر أسطوانة إلى ثلاثة أمثاله، ففسر كيف يؤثر ذلك في المساحة الجانبية لسطح الأسطوانة الجديدة بالنسبة لسطح الأسطوانة الأولى.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1445

١٩ **اكتب** ما الفرق بين المساحة الجانبية والكلية للمنشور والمساحة الجانبية والكلية للأسطوانة.

تدريب على اختبار

٢٠ قام فيصل بطلاء الصندوق الموضح بالشكل أدناه من الخارج ، فكم المساحة السطحية التي سيقوم فيصل بدهانها بالبوصات المربعة؟



أ) ٣٣٠ بوصة مربعة
ب) ٣٩٩ بوصة مربعة
جـ) ١٩٦٨ بوصة مربعة
د) ٥٧٦٠ بوصة مربعة

٢١ فرشاة دهان أسطوانية كما في الشكل أدناه.

كم بوصة مربعة مساحة الجزء الذي تغطيه دورة الفرشاة مرّة واحدة من الدهان على الحائط، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة؟

أ) ١١٣,١ بوصة مربعة
ب) ٥٦,٥ بوصة مربعة
جـ) ٢٨,٣ بوصة مربعة
د) ١٨,٠ بوصة مربعة

مراجعة تراكمية

أوجد حجم كل مجسَّم مما يأتي ، مقرّبًا الجواب إلى أقرب عشر إذا لزم ذلك: (الدرس ٨ - ٥)

٢٢ **هرم رباعي:** قاعدته على شكل مستطيل طوله ١٤ م، وعرضه ١٢ م، وارتفاع الهرم ٧ م.

٢٣ **مخروط:** قطر قاعدته ٢٢ سم ، وارتفاعه ٢٤ سم.

٢٤ **صحة:** ثلاجة في مختبر مركز صحي أبعادها الداخلية ١٧ بوصة × ١٨ بوصة × ٤٢ بوصة ، إذا وصل إلى المختبر عينات حجمها يزيد على ٨ أقدام مكعبة لحفظها في الثلاجة، فهل تتسع الثلاجة للعينات؟ فسّر إجابتك. (الدرس ٨ - ٤)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يلي:

٢٥ $\frac{١}{٢} \times ٢,٨$

٢٦ $\frac{١}{٢} \times ١٠ \times ٢٣$

٢٧ $\frac{١}{٢} \times ٢,٥ \times ١٦$

٢٨ $\frac{١}{٢} (٣\frac{١}{٢})(٢٠)$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

توسّع
٨-٦

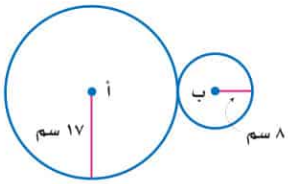
معمل القياس
مخطط المخروط

فكرة الدرس:
أُنشئُ مخططًا للمخروط.

المخروط مجسّم ذو قاعدة دائرية واحدة، ويمثل سطحه الجانبي قطاعًا دائريًّا من دائرة أكبر. محيط القاعدة الدائرية يساوي طول قوس القطاع الدائري، ومحيط قاعدته يمثل جزءًا من محيط الدائرة الأكبر.

نشاط

الخطوة ١ استعمل الفرجار لرسم دائرتين متماستين من الخارج، نصف قطر إحداهما ١٧ سم ونصف قطر الأخرى ٨سم.



الخطوة ٢ فكّر: ما الجزء من محيط الدائرة (أ) الذي يساوي محيط الدائرة (ب)؟
افترض أن س هي نسبة محيط الدائرة الصغرى إلى الكبرى.

س(٣٤ط) = ١٦ط — محيط الدائرة (أ) = ٣٤ط.
محيط الدائرة (ب) = ١٦ط.

س × $\frac{٣٤ط}{٣٤ط}$ = $\frac{١٦ط}{٣٤ط}$ — اقسم الطرفين على ٣٤ط.

س ≈ ٠,٤٧ — بسّط.

لذا تحتاج إلى ٠,٤٧ من محيط الدائرة (أ).

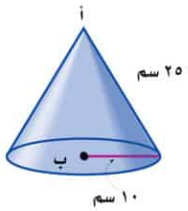
الخطوة ٣ أوجد قياس الزاوية المركزية التي يجب أن تقطع من الدائرة (أ).

٠,٤٧ × ٣٦٠° ≈ ١٧٠°

اقطع زاوية مركزية قياسها ١٧٠° من الدائرة (أ)، واعمل مخروطًا.

حلّل النتائج:

أوجد الزاوية المركزية لكل مخروط ممَّا يأتي، ثم كوّن مخططًا له:

١) 

٢)

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1445

رابط الدرس الرقمي

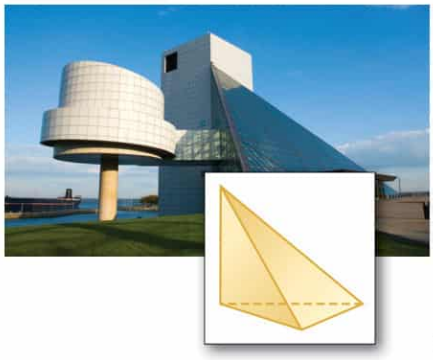
www.ien.edu.sa

٨ - ٧ مساحة سطح الهرم

فكرة الدرس:
أجد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح الهرم.

المفردات
الهرم المنتظم
الارتفاع الجانبي

إستعدّ



بناء: المبنى في الصورة المجاورة صُمِّم على شكل هرم.

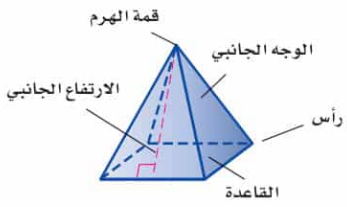
١ ما عدد أوجه الهرم (باستثناء القاعدة)؟ وما شكل كل وجه منها؟

٢ كيف يختلف الهرم عن المنشور؟

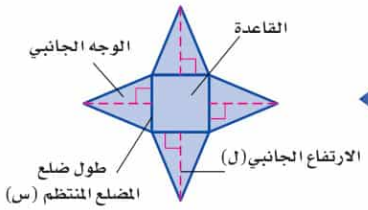
٣ كيف يمكنك إيجاد مساحة الزجاج المستعمل في هذا المبنى؟

الهرم المنتظم هرم قاعدته مضلع منتظم، وأوجُهُه الجانبية مثلثات متطابقة وكلٌّ منها متطابق الساقين. وتلتقي هذه المثلثات عند أعلى الهرم في نقطة تُسمى قمة الهرم، ويُسمّى ارتفاع كل وجه جانبي منها **الارتفاع الجانبي**.

نموذج هرم منتظم



مخطط هرم منتظم



لإيجاد المساحة الجانبية لسطح الهرم المنتظم (جـ)، انظر إلى المخطط. المساحة الجانبية لسطح الهرم هي مجموع مساحات أوجهه الجانبية.

يتكون مخطط الهرم ذي القاعدة المربعة من مربع وأربعة مثلثات كما هو مبين في الشكل أعلاه.

جـ = ٤ ($\frac{١}{٢}$ س × ل) مساحات الأوجه الجانبية.

جـ = $\frac{١}{٢}$ (٤س) ل استعمل خصائص الضرب.

جـ = $\frac{١}{٢}$ محـ ل محيط القاعدة (محـ = ٤س).

أما المساحة الكلية لسطح الهرم المنتظم، فتساوي المساحة الجانبية له مضافًا إليها مساحة القاعدة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

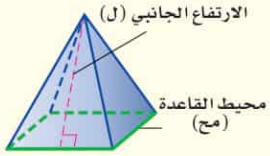
المساحة الجانبية لسطح الهرم

مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: المساحة الجانبية (جـ) لسطح الهرم المنتظم هي نصف محيط القاعدة (مح) مضروبًا في الارتفاع الجانبي (ل).

الرموز: جـ = $\frac{١}{٢}$ مح ل

النموذج:

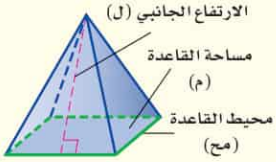


المساحة الكلية لسطح الهرم

التعبير اللفظي: المساحة الكلية (ك) لسطح الهرم المنتظم هي مجموع المساحة الجانبية (جـ) ومساحة القاعدة (م).

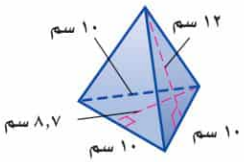
الرموز: ك = جـ + م أو ك = $\frac{١}{٢}$ مح ل + م

النموذج:



مثـــال

مساحة سطح الهرم



١ أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح الهرم الثلاثي في الشكل المجاور.

جـ = $\frac{١}{٢}$ مح ل

جـ = $\frac{١}{٢}$ × ٣٠ × ١٢

جـ = ١٨٠

ك = جـ + م

ك = ١٨٠ + ٤٣,٥

ك = ٢٢٣,٥

م = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٨,٧.

المساحة الجانبية لسطح الهرم ١٨٠ سم^{٢}، والمساحة الكلية له ٢٢٣,٥ سم^{٢}.

تحقّق من فهمك:

أ) أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح هرم طول ارتفاعه الجانبي ١٨م، وطول ضلع قاعدته المربعة ١١م.

مِثـالٌ من واقع الحيـاة

مساحة سطح الهرم

٢ **فن العمارة:** استعمل المعلومات إلى اليمين لإيجاد المساحة الجانبية لهرم خفرع إذا علمت أن ارتفاعه الجانبي ١٧٨م.

جـ = $\frac{١}{٢}$ مح ل

جـ = $\frac{١}{٢}$ × ٨٦٠ × ١٧٨

جـ = ٧٦٥٤٠

مساحة الهرم الجانبية.

مح = ٤ × ٢١٥ = ٨٦٠، ل = ١٧٨.

بسّط.

فتكون المساحة الجانبية لهرم خفرع ٧٦٥٤٠ م^{٢}.

تحقّق من فهمك:

ب) أوجد المساحة الكلية لسطح هرم خفرع.

الربط بالحياة:

يبلغ ارتفاع هرم خفرع في مصر، ١٤٣ م، وطول ضلع قاعدته المربعة ٢١٥ م.

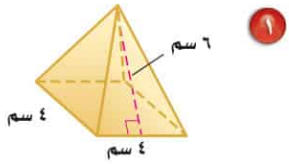
المصدر: كتاب الأهرامات المصرية؛ مكتبة الأنجلو المصرية؛ ٢٠١٢م

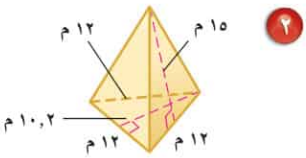
وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

تأكّد

المثال ١

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل هرم منتظم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا لزم الأمر:

١) 

٢) 

المثال ٢

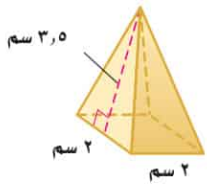
٣) **أهرامات:** هرم أرينا في ممفيس في الولايات المتحدة هرم رباعي منتظم، طول قاعدة كل وجه له ٦٠٠ قدمٍ، وارتفاعه ٤٧٧ قدمًا، أوجد المساحة الجانبية له.

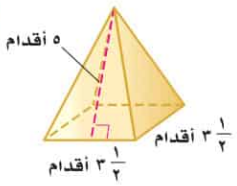
تدرَّب وحلّ المسائل

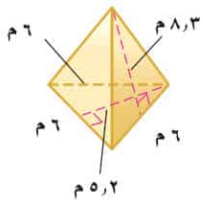
إرشادات للأسئلة

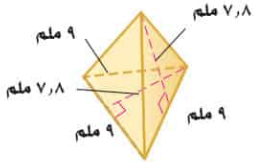
للأسئلة	انظر الأمثلة
٤ - ٩	١
١٠ - ١١	٢

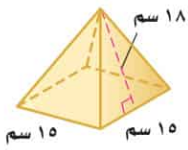
أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل هرم منتظم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عشر إذا لزم الأمر:

٤) 

٥) 

٦) 

٧) 

٨) 

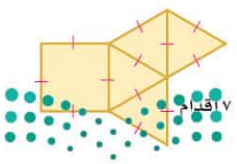
٩)

١٠) **أسقف:** سقف خشبي على شكل هرم طول ارتفاعه الجانبي ١٦ قدمًا، وقاعدته مربع طول ضلعه ٤٠ قدمًا، ما مساحة الخشب الذي تحتاج إليه لتغطية السقف؟

١١) **مخطط:** هرم رباعي منتظم مساحته الجانبية ١٠٧,٢٥ سم^{٢} وطول ارتفاعه الجانبي ٨,٢٥سم، أوجد طول ضلعٍ من قاعدته.

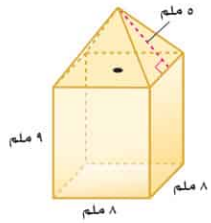
١٢) **فن العمارة:** يبلغ الارتفاع الجانبي لهرم الشمس في المكسيك ١٣٢,٥م، وطول ضلع قاعدته المربعة ٢٢٣,٥م، أوجد مساحته الجانبية .

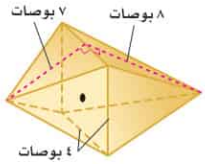
١٣) **مخطط:** يمثل الشكل المجاور مخططًا لهرم منتظم، احسب المساحة الكلية للهرم.

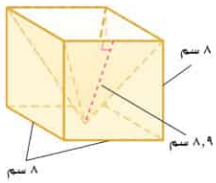


وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

أوجد المساحة الجانبية والكلية لكل مجسم مما يأتي مقربًا الجواب إلى أقرب عشر:

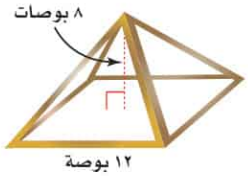
١٤


١٥


١٦


١٧ **مصباح مكتبي:** اشترى عمر مصباحًا مكتبيًّا على شكل هرم منتظم، احسب المساحة الجانبية للمصباح.

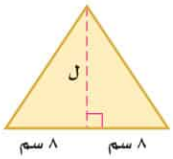
(**إرشاد:** استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد الارتفاع الجانبي).



مسائل
مهارات التفكير العليا

تحدّ: استعمل الشكل المجاور لحل الأسئلة ١٨ - ٢٠، علمًا بأن الارتفاع الكلي له ٢٠ سم.

منظر جانبي للهرم

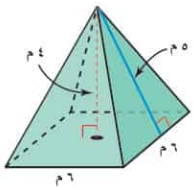


١٨ أوجد ارتفاع الهرم (ع).

١٩ استعمل ارتفاع الهرم لإيجاد الارتفاع الجانبي (ل).

٢٠ أيّ الشكلين مساحة سطحه أكبر؛ الهرم أم المنشور؟ برِّر إجابتك.

٢١ **اكتشف الخطأ:** أوجد كلٌّ من حمد ونواف المساحة الكلية للهرم المنتظم المجاور ، فأيهما توصل للجواب الصحيح؟ فسِّر تبريرك.



ك = $\frac{1}{2}$ م ل + م²

= $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٦ × ٥ + ٦²

= ٩٦ م²

حمدٌ

ك = $\frac{1}{2}$ م ل + م²

= $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٦ × ٤ + ٦²

= ٨٤ م²

نوافٌ

٢٢ **مسألة مفتوحة:** هرم قاعدته مربعة، طول ضلعها ٣ سم، وطول ارتفاعه الجانبي ٤ سم، فما الأبعاد الممكنة لمنشور مستطيلي له مساحة سطح الهرم نفسها؟

٢٣ **تحدٍّ:** أوجد المساحة الكلية للهرم الرباعي المنتظم الذي حجمه ٤٠٠ سم³ ، وطول ضلع قاعدته ١٠ سم.

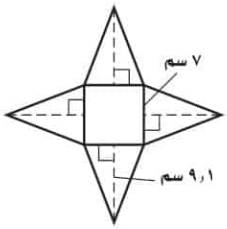
٢٤ **اكتب** كيف يمكنك استعمال ارتفاع هرم لإيجاد طول ارتفاعه الجانبي؟

تدريب على اختبار

٢٥ ما أفضل تقدير للمساحة الجانبية لسطح الهرم في الشكل أدناه ؟

أ) ١٠٧ أقدام مربعة
ب) ١٨٠ قدمًا مربعة
جـ) ٤٢٩ قدمًا مربعة
د) ٦٠٧ أقدام مربعة

٢٦ تمثِّل الشبكة أدناه هرمًا رباعيًّا منتظمًا، مقرّبًا إلى أقرب عدد صحيح؟ ما المساحة الجانبية لسطح الهرم ؟



أ) ٣٢ سم^٢
ب) ٤٩ سم^٢
جـ) ١٢٧ سم^٢
د) ١٧٦ سم^٢

مراجعة تراكمية

٢٧ **تغليف:** أوجد المساحة الجانبية لسطح العلبة أسطوانية قطرها ٣ بوصات ، وارتفاعها ٥ بوصات. (الدرس ٨ - ٦)

٢٨ **جبال:** قام سعد بإنشاء نموذج جبل من الطين على شكل مخروط، إذا كان ارتفاع الجبل ٤ أقدامٍ، ونصف قطر قاعدته قدمان ، فما حجم المادة الطينية اللازمة لإنشاء الجبل ؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك. (الدرس ٨ - ٥)

أوجد حجم كل مما يأتي، مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (الدرس ٨ - ٤)

٢٩ هرم رباعي مساحة قاعدته ١٦٨ م^٢، وارتفاعه ٧ م.

٣٠ مخروط قطره ٢٢ سم، وارتفاعه ٢٤ سم.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

الفصل ٨

اختبار الفصل

١ **اختيار من متعدد:** ركض فارس حول مضمار دائري مرتين، فإذا كان نصف قطر المضمار ٢٥م، فما المسافة التي ركضها الفارس؟

أ) ٣١٤م

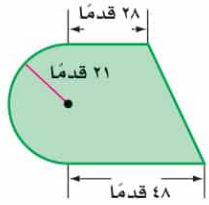
ب) ١٥٧م

جـ) ٧٨,٥م

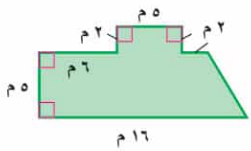
د) ٥٠م

أوجد مساحة كل شكل فيما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

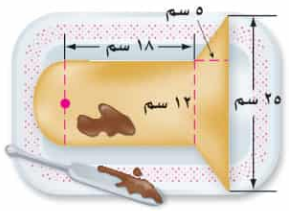
٢



٣

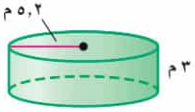


٤ **قالب حلوى:** صنعت مها قالب حلوى على شكل مصباح كهربائي كما في الشكل أدناه وتريد تزيينه. فإذا كان الوعاء الواحد من مادة التزيين يغطّي ٢٥٠ سم^{٢} من قالب الحلوى، فكم وعاءً تحتاج لتزيين القالب كاملًا؟

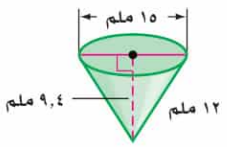


أوجد حجم كل مجسّم، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

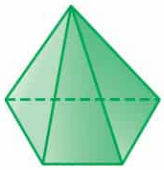
٥



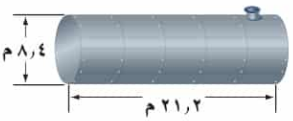
٦



٧ **هندسة:** حدِّد نوع الشكل، واذكر عدد أوجهه وشكلها، ثم عدد أحرفه ورؤوسه.

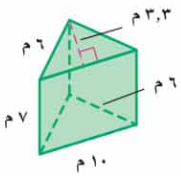


٨ **وقود:** صهريج (خزان) وقود أسطواني الشكل كما في الشكل أدناه. احسب حجم الصهريج؟ مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

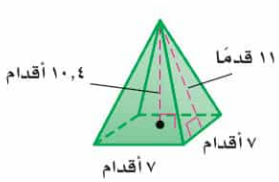


أوجد حجم كل مجسّم ومساحة سطحه الكلية، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

٩



١٠



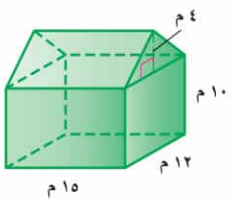
١١ **اختيار من متعدد:** أوجد حجم المجسم أدناه.

أ) ٢١٦٠ م^{٣}

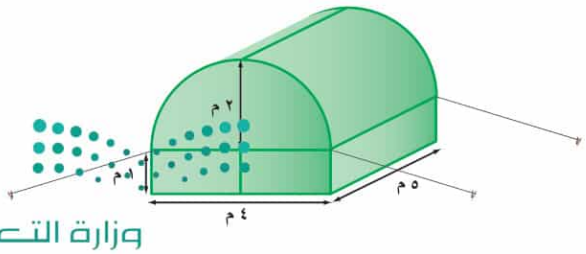
ب) ٢٥٢٠ م^{٣}

جـ) ٣٦٠٠ م^{٣}

د) ٧٢٠٠ م^{٣}



١٢ **خيام:** احسب مساحة سطح الخيمة في الشكل أدناه، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ.



وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

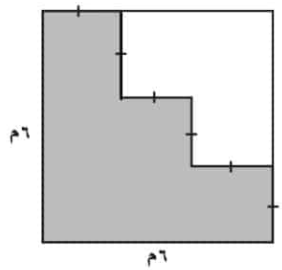
الفصل ٨

الاختبار التراكمي (٨)

القسم ١ اختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة:

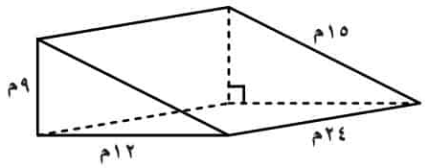
١ ما مساحة الجزء المظلل من الشكل أدناه؟



أ) ٢٠ م^٢ جـ) ٢٦ م^٢

ب) ٢٤ م^٢ د) ٣٠ م^٢

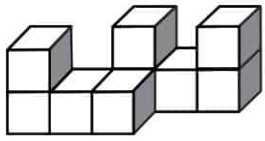
٢ ما حجم المنشور الثلاثي في الشكل أدناه؟

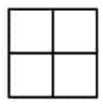


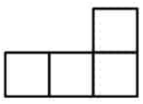
أ) ٨١٠ م^٣ جـ) ١٢٩٦ م^٣

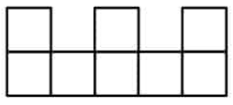
ب) ٢٥٩٢ م^٣ د) ٩٧٢ م^٣

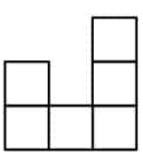
٣ أيٌّ مما يأتي يمثل المنظر الجانبي للمجسم أدناه؟



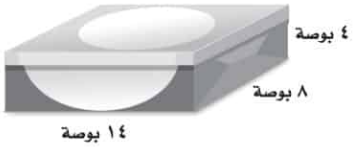
أ) 

جـ) 

ب) 

د) 

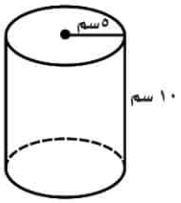
٤ ما المساحة السطحية لصندوق حوض الغسيل في الشكل أدناه؟



أ) ٢٠٠ بوصة مربعة جـ) ٤٠٠ بوصة مربعة

ب) ٢٢٤ بوصة مربعة د) ٤٤٨ بوصة مربعة

٥ ما حجم الأسطوانة في الشكل أدناه؟



أ) ١٠٠ سم^٣

ب) ١٥٧ سم^٣

جـ) ٣١٤ سم^٣

د) ٧٨٥ سم^٣

٦ ما حجم المخروط القائم الذي قطر قاعدته ٨ بوصات، وارتفاعه ١٢ بوصةً؟ قرّب إجابتك إلى أقربِ جزء من عشرة.

أ) ٢٠١ بوصة مكعبة

ب) ٤٨١ بوصة مكعبة

جـ) ٦٠٣ بوصات مكعبة

د) ٨٠٤ بوصات مكعبة

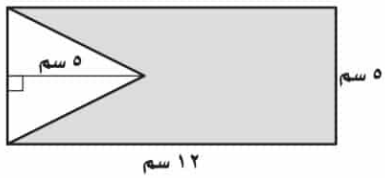
٧ ما المساحة الجانبية للأسطوانة التي قطرها ١٠م، وارتفاعها ٤م؟

أ) ١٠٠ ط جـ) ٥٠ ط

ب) ٩٠ ط د) ٤٠ ط

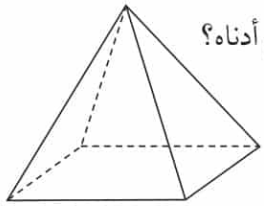
وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

٨ تمَّ قصُّ مثلث متطابق الضلعين من مستطيلٍ كما في الشكل أدناه. ما مساحة الجزء المتبقِّي من المستطيل؟



أ) ٦٠ سم^٢
ب) ٥٥ سم^٢
جـ) ٤٧,٥ سم^٢
د) ٣٥ سم^٢

٩ ما عدد أوجه المجسم أدناه؟

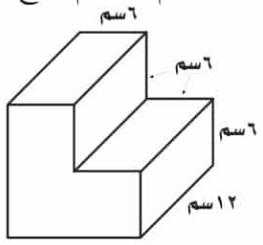


أ) ٢
ب) ٣
جـ) ٤
د) ٥

القسم ٢ الإجابة القصيرة

أجب عن السؤالين الآتيين:

١٠ رُتبت قطع خشبية بعضها فوق بعض، فكوَّنت الشكل أدناه، ما حجم المجسم الناتج عن ترتيب القطع الخشبية؟

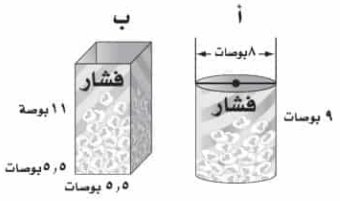


١١ أوجد حجم الهرم الرباعي المنتظم الذي طول ضلع قاعدته ٧ بوصاتٍ، وارتفاعه ٤ بوصاتٍ، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ.

القسم ٣ الإجابة المطولة

أجب عن السؤال الآتي موضّحًا خطوات الحل:

١٢ يباع الفشار في شكلين من العلب المبيَّنة أدناه، ويرغب صاحب محل أن يختار أحد الشكلين ليستعمله في بيع الفشار.



أ) أيُّ العلبتين تتسع لأكبر كمية من الفشار؟ فسِّر إجابتك.

ب) أيُّ العلبتين تحتاج إلى كمية أقل من الكرتون لصنعها؟ فسِّر إجابتك.

أتدرب

من خلال الإجابة عن الأسئلة؛ حتى أعزِّز ما تعلمته من مفاهيم وما اكتسبته من مهارات.

أنا طالبٌ معدٌّ للحياة، ومنافسٌ عالميًّا.

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟												
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
فراجع الدرس	٨-١	٨-٤	٨-٣	٨-٥	٨-٤	٨-٥	٨-٦	٨-١	٨-٣	٨-٤	٨-٥	٨-٦

الفصل ٩

الجبر: المعادلات والمتباينات

الفكرة العامّة

- أستعمل المعادلات الخطية لتمثيل المسائل وتحليلها وحلها.
- أحل معادلات ومتباينات خطية بسيطة بأعداد نسبية.

المفردات الرئيسة:

العبارات المتكافئة. ص (٥٦)

الحدود المتشابهة. ص (٥٧)

معادلة ذات خطوتين. ص (٦٢)

الربط بالحياة:

البحر الميت: ينخفض مستوى ارتفاع مياه البحر الميت في الأردن بمعدل ٨٠ سم سنويًّا. يمكنك كتابة معادلة لوصف التغير في ارتفاع مياه البحر الميت لأي عدد محدد من السنوات.

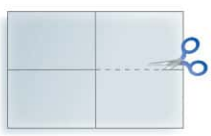
المَطْوِيّاتُ
مُنَظِّمُ أَفْكار

الجبر: المعادلات والمتباينات: اعمل هذه المطويّة لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك. ابدأ بورقة A3 كما يأتي:

١ **اطوِ** الورقة نصفين عرضيًّا.

٢ **اطوِ** الورقة مرة أخرى من أعلى إلى أسفل.

٣ **افتح** الورقة، وقصَّها كما هو موضح أدناه؛ للحصول على قسمين.



٤ **سمِّ** كل قسم كما في الشكل أدناه.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي: **انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.**

اختبار سريع

بيّن ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة: (مهارة سابقة)

١) $١٠ < ٤$

٢) $-٣ > ٣$

٣) $-٨ > -٧$

٤) $-١ > ٠$

٥) **طقس:** وصلت درجة الحرارة في أحد أيام الشتاء في مدينة تبوك $-٩°$س، وفي حائل $-٦°$س، فأيُّ المدينتين كانت درجة حرارتها أعلى؟ وضّح إجابتك. (مهارة سابقة)

اكتب معادلة جبرية لكل جملة لفظية فيما يأتي: (مهارة سابقة)

٦) أُضيفَ عددٌ ما إلى العدد ١٠ فأصبح الناتج -٨

٧) الفرق بين -٥ وَ ٣ س يساوي ٣٢

٨) نَقصَ عدد ما بمقدار ٤ فبقي ٢٦

٩) **نقود:** مع صلاح مبلغ من النقود، يقل عن مثلَي ما مع أخيه مالك بمقدار ريالين. فإذا كان مع مالك ٥٠ ريالًا، فكم ريالًا مع صلاح؟ (مهارة سابقة)

حُلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (مهارة سابقة)

١٠) $ن + ٨ = -٩$

١١) $٤ = م + ١٩$

١٢) $-٤ + أ = ١٥$

١٣) $ز - ٦ = -١٠$

١٤) $٣جـ = -١٨$

١٥) $-٤٢ = -٦ب$

١٦) $\frac{و}{٤} = -٨$

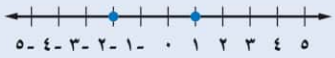
١٧) $\frac{ر}{-٧} = ١٢$

مراجعة سريعة

مثال ١:

بيّن ما إذا كانت العبارة: $-٢ > ١$ صحيحة أم خاطئة:

عيّن النقطتين على خط الأعداد.



بما أن -٢ تقع عن يسار ١، فإن $-٢ < ١$؛ لذا فالعبارة خاطئة.

مثال ٢:

اكتب معادلة جبرية للجملة اللفظية الآتية:

أضيف العدد ٣ إلى مثلي عدد ما، فأصبح الناتج -٥

ليكن س ممثلًا العدد.

مثلا عدد ما	أضيف للعدد ٣	أصبح	-٥
٢س	+ ٣	=	-٥

لذا فالمعادلة هي: $٢س + ٣ = -٥$

مثال ٣:

حُل المعادلة الآتية:

$٤٤ = ك - ٧$ اكتب المعادلة.

$+٧ = +٧$ أضف ٧ إلى كل طرف.

$٥١ = ك$ بسّط.

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٩-١ تبسيط العبارات الجبرية

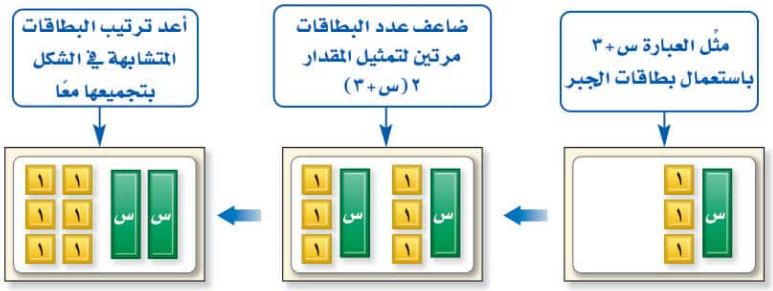
فكرة الدرس:
أستعمل خاصية التوزيع في تبسيط العبارات الجبرية.

المفردات

- العبارات المتكافئة
- الحد
- المعامل
- الثابت
- الحدود المتشابهة
- أبسط صورة
- تبسيط العبارة

نَشاطٌ

يمكنك استعمال بطاقات الجبر؛ لإعادة كتابة العبارة الجبرية ٢(س+٣).



١ اختر قيمتين موجبتين وقيمة سالبة لـ (س)، ثم أوجد قيمة ٢(س+٣).
وَقيمة ٢س+٦ عند تلك القيم. ماذا تلاحظ؟

٢ استعمل بطاقات الجبر في إعادة كتابة العبارة ٣(س-٢).

[**إرشاد:** استعمل بطاقة واحدة خضراء (س) وبطاقتين حمراوين (-١) لتمثيل س-٢].

تعلمت سابقًا أنه يمكن إعادة كتابة عبارة مثل ٣(٢+٧) باستعمال خاصية التوزيع ثم التبسيط، وذلك على النحو الآتي:

$٣(٢ + ٧) = ٣(٢) + ٣(٧)$ خاصية التوزيع

$= ٦ + ٢١ = ٢٧$ بالضرب والجمع

تُستعمل خاصية التوزيع أيضًا في تبسيط العبارات الجبرية، مثل ٢(س+٣).

$٢(س + ٣) = ٢(س) + ٢(٣)$ خاصية التوزيع

$= ٢س + ٦$ بالضرب

وتُسمى العبارتان ٢(س+٣)، ٢س+٦ **عبارتين متكافئتين**؛ لأنه مهما كانت س فالعبارتان لهما القيمة نفسها.

مثالان

كتابة عبارات تتضمن عملية جمع

استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

١ ٤(س + ٧)

$٤(س + ٧) = ٤(س) + ٤(٧)$

$= ٤س + ٢٨$ بسّط

٢ (ص + ٢)(٥)

$(ص + ٢)(٥) = ص \times ٥ + ٢ \times ٥$

$= ٥ص + ١٠$ بالضرب

تحقّق من فهمك:

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

أ) ٦(أ+٤) ب) (ن+٣)(٨) جـ) -٢(س+١)

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

مثالان كتابة عبارات تتضمن عملية طرح

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

٣ ٦(ب − ٥)

٦(ب − ٥) = ٦[ب + (−٥)]	اكتب ب − ٥ على صورة ب + (−٥)
= ٦(ب) + ٦(−٥)	خاصية التوزيع
= ٦ب + (−٣٠)	بسّط
= ٦ب − ٣٠	تعريف الطرح

٤ −٢(س − ٨)

−٢(س − ٨) = −٢ [س + (−٨)]	اكتب س − ٨ على صورة س + (−٨).
= −٢(س) + (−٢)(−٨)	خاصية التوزيع
= −٢س + ١٦	بسّط

إرشادات للدراسة

مراجعة

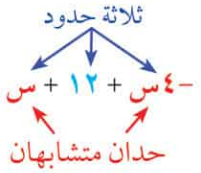
يمكنك مراجعة ضرب الأعداد الصحيحة الذي درسته سابقًا.

تحقّق من فهمك:

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

د) ٣(ص − ١٠) هـ) −٧(و − ٤) و) (ن − ٢)(−٩)

تجزّئ إشارتا الجمع والطرح العبارة الجبرية إلى أجزاء يُسمى كلٌّ منها **حدًّا**، والعامل العددي لحد يشتمل على متغير يُسمى **معاملَ** المتغيرِ.



لغة الرياضيات

المعاملات

معامل −٤س هو −٤، ومعامل س هو ١.

تشتمل **الحدود المتشابهة** على المتغيرات نفسها بالقوى نفسها. فمثلًا ٣س^{٢}، −٧ س^{٢} حدان متشابهان. وكذلك ٨س ص^{٢}، ١٢ س ص^{٢}، أما الحدان ١٠ س^{٢} ص، ٢٢س ص^{٢} فغير متشابهين، والحد الذي لا يشتمل على متغير يُسمى **ثابتًا**، والحدود الثابتة متشابهة.

مثـــال تحديد أجزاء عبارة جبرية

٥ عيّن الحدود، والحدود المتشابهة منها، والمعاملات، والثوابت في العبارة:

٦ن − ٧ن − ٤ + ن.

٦ ن − ٧ن − ٤ + ن = ٦ن + (−٧ن) + (−٤) + ن	تعريف الطرح
= ٦ن + (−٧ن) + (−٤) + ١ن	خاصية العنصر المحايد (ن=١ن)

- الحدود: ٦ن، −٧ن، −٤، ن
- الحدود المتشابهة هي: ٦ن، − ٧ن، ن
- المعاملات: ٦، −٧، ١
- الثوابت: −٤

تحقّق من فهمك:

عيّن الحدود، والحدود المتشابهة، والمعاملات، والثوابت في كلٍّ من العبارتين الآتيتين:

ز) ٩ص − ٤ − ١١ص + ٧ ح) ٣س + ٢ − ١٠ − ٣س

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

تكون العبارة الجبرية في **أبسط صورة** إذا لم تتضمن حدودًا متشابهةً أو أقواسًا. ويمكنك استعمال خاصية التوزيع لتجميع الحدود المتشابهة، وهو ما يسمى **تبسيط العبارة**.

مثالان

تبسيط عبارات جبرية

٦ بسّط العبارة: ٤ ص + ص.

٤ ص، ص حدان متشابهان.

٤ص + ص = ٤ص + ١ص	خاصية العنصر المحايد
= (٤ + ١) ص = ٥ص	خاصية التوزيع، والتبسيط

٧ بسّط العبارة: ٧س − ٢ − ٧س + ٦

٧س، −٧س، حدّان متشابهان، − ٢، ٦ حدّان متشابهان.

٧س − ٢ − ٧س + ٦ = ٧ س + (−٢) + (−٧ س) + ٦	تعريف الطرح
= ٧ س + (−٧س) + (−٢) + ٦	خاصية الإبدال
= [٧ + (−٧)]س + (−٢) + ٦	خاصية التوزيع
= ٠ س + ٤	بسّط
= ٠ + ٤ = ٤	٠ س = ٠ × س = ٠

تحقّق من فهمك:

بسِّط كل عبارة مما يأتي:

ط) ٤ز − ز **ي)** ٦ − ٣ن + ٣ن **ك)** ٢م − ٣ + ١١ − ٨م

إرشادات للدراسة

العبارات المتكافئة

للتحقق مما إذا كانت ٤ص+ ص، ٥ص متكافئتين، عوّض عن ص بأي قيمة، ولاحظ ما إذا كانت النواتج متساوية.

مِثالٌ من واقعِ الحياةِ

٨ معارض: اشتريت من معرض الرياض الدولي للكتاب عددًا من القصص بسعر ١٢ ريالًا للقصة الواحدة، وعددًا مماثلًا من الأقراص التعليمية بسعر ٧,٥ ريالاتٍ للقرص الواحد، اكتب عبارة لتمثيل المبلغ الكلي الذي صرفته في أبسط صورة.

التعبير اللفظي	١٢ ريالًا لكل قصة	و	٧,٥ ريالاتٍ لكل قرص تعليمي.
المتغير	ليكن س يمثِّل عدد القصص أو عدد الأقراص التعليمية.		
العبارة	١٢ × س	+	٧,٥ × س

١٢س + ٧,٥س = (١٢ + ٧,٥)س	خاصية التوزيع
= ١٩,٥٠س	بسّط

إذن العبارة ١٩,٥ س تمثِّل المبلغ الكلي الذي صرفته.

تحقّق من فهمك:

ل) نقود: إذا كان معك مبلغ من النقود، ومع شقيقك مبلغ يقل عنه بـ ٥٠ ريالًا، فاكتب عبارةً تعبِّر عن المجموع الكلي للمبلغين في أبسط صورة.

الربط بالحياة:

في عام ٢٠١٨م ضم معرض الكتاب الدولي في الرياض أكثر من ٣٤٠ ألف عنوان عرضتها ٧٥٠ دار نشر تمثل أكثر من ٣٠ دولة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

تأكّد

الأمثلة ١-٤ استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

١ ٥(س + ٤) ٢ ٢(ن + ٧) ٣ (ص + ٦)(٣) ٤ (أ + ٩)(٤)

٥ ٢(ب − ٣) ٦ ٦(٤ − ك) ٧ −٦(م − ٢) ٨ −٣(أ + ٩)

المثال ٥ عيّن الحدود، والحدود المتشابهة منها، والمعاملات، والثوابت في كل عبارة مما يأتي:

٩ ٥ن − ٢ن − ٣ + ن ١٠ ٨أ + ٤ − ٦أ − ٥أ ١١ ٧ − ٣د − ٨ + د

المثالان ٦، ٧ بسّط كل عبارة مما يأتي:

١٢ ٨ن + ن ١٣ ٧ن + ٥ − ٧ن ١٤ ٤ب − ٧ + ٦ب + ١٠

المثال ٨ ١٥ **مبيعات:** إذا بعت ٣ زجاجات عصير سعر كل واحدة منها س ريال، وكيلوجرامًا من التفاح بِـ ٥, ٤ ريالاتٍ، اكتب عبارة تعبر عن المبلغ الذي كسبته في أبسط صورة.

تدرّب وحلّ المسائل

الإرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٦-٢٧	١-٤
٢٨-٣٣	٥
٣٤-٣٩	٦، ٧
٤٠-٤٣	٨

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

١٦ ٣(س + ٨) ١٧ −٨(أ + ١) ١٨ (ب + ٨)(٥) ١٩ (ب + ٧)(−٢)

٢٠ ٤(س − ٦) ٢١ ٦(٥ − ك) ٢٢ −٨(جـ − ٨) ٢٣ −٣(٥ − ب)

٢٤ (د + ٢)(−٧) ٢٥ −٤(ن − ٣) ٢٦ (١٠ − ي)(−٩) ٢٧ (٦ + ن)(٣)

عيّن الحدود، والحدود المتشابهة منها، والمعاملات، والثوابت في كل عبارة مما يأتي:

٢٨ ٢ + ٣أ + ٩أ ٢٩ ٧ − ٥ س + ١ ٣٠ ٤ + ٥ي − ٦ي + ي

٣١ ن + ٤ن − ٧ن − ١ ٣٢ −٣د + ٨ − د − ٢ ٣٣ ٩ − ز + ٣ − ٢ز

بسّط كل عبارة مما يأتي:

٣٤ ن + ٥ن ٣٥ ١٢جـ − جـ ٣٦ ٥س + ٤ + ٩س

٣٧ ٢ + ٣د + د ٣٨ − ٣ر + ٧ − ٣ر − ١٢ ٣٩ − ٤م − ١ − ٤م + ٦

اكتب عبارة جبرية في أبسط صورة تمثّل الكمية الإجمالية في الأسئلة ٤٠-٤٣:

٤٠ **قرطاسية:** اشتريت س قلمًا بسعر ريالين للقلم الواحد، والعدد نفسه من المساطر بسعر ١, ٥ ريال لكل مسطرة، وعلبة أدوات هندسية بـ ٩ ريالاتٍ.

٤١ **قراءة:** قرأت في كتاب س دقيقة في كلٍّ من يومَي الإثنين والأربعاء، و ٢٠ دقيقةً في يوم الجمعة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

٤٢ **لجان:** أنت عضو في م لجنة، وزميلك عضو في عدد من اللجان يقل عنك بمقدار لجنتين.

٤٣ **أعمار:** بلغ عمر أحمد اليوم ص سنة، ويصغره أخوه علي بمقدار ٥ سنواتٍ.

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

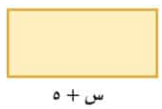
٤٤ ٣(٢ص + ١) ٤٥ – ٤(٣س + ٥) ٤٦ –٦(٢١–٨ن) ٤٧ ٤(س–ص)

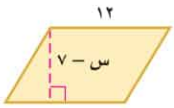
٤٨ –٢(٣أ – ٢ب) ٤٩ (–٢ – ن)(–٧) ٥٠ ٥س(ص – ع) ٥١ –٦أ(٢ب + ٥جـ)

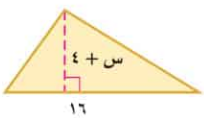
جبر: اكتب جملة لفظية من واقع الحياة لكل عبارة جبرية مما يأتي:

٥٢ ٣س + ١٥ ٥٣ ٦أ – ١٤ ٥٤ ٥٠,٧ص + ٩

قياس: اكتب عبارتين جبريتين متكافئتين؛ لتمثيل مساحة كل شكل مما يأتي:

٥٥ 

٥٦ 

٥٧ 

٥٨ **مدرسة:** إذا أمضيت م دقيقة في الدراسة يوم الإثنين، و ١٥ دقيقة يوم الثلاثاء زيادة على يوم الإثنين، و ٣٠ دقيقة يوم الأربعاء أقل من يوم الثلاثاء، ويوم الخميس مثلي عدد دقائق يوم الإثنين، ويوم الجمعة أقل بـ ٢٠ دقيقة من يوم الخميس، فاكتب عبارة في أبسط صورة لتمثيل عدد الدقائق التي قضيتها في الدراسة في الأيام الخمسة.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٥٩ **مسألة مفتوحة:** اكتب عبارة بثلاثة حدود، أبسط صورة لها هي: ٤ س – ٧، عيّن المعاملات والثوابت فيها.

٦٠ **اكتشف المختلف:** عيّن العبارة التي لا تكافئ العبارات الثلاث الأخرى. ووضّح إجابتك.

س – ٢ + ٣س	٤(س – ٢)	٧ + ٤س – ٩	٤س – ٢

٦١ **تحدّ:** بسّط العبارة: $٨س^{٢} – ٢س + ١٢س – ٣$. وتحقق من صحة إجابتك عندما س = ٢.

٦٢ **اكتب** هل العبارة الآتية صحيحة: ٢(س – ١)+٣(س – ١) = ٥(س–١)؟ إذا كانت كذلك، فاستعمل خصائص العمليات في توضيح إجابتك، وإذا كانت خطأً، فأعط مثالًا مضادًا.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

تدريب على اختبار

٦٣ ما الخاصية المستعملة في العبارة أدناه؟
٤(س+٨) = ٤س+٣٢

أ) خاصية التجميع على الجمع.

ب) خاصية الإبدال على الجمع.

جـ) خاصية التوزيع.

د) خاصية الانعكاس.

٦٤ أي العبارات الآتية تكافئ ٥ أ + ٥ ب؟

أ) ٥ أ ب

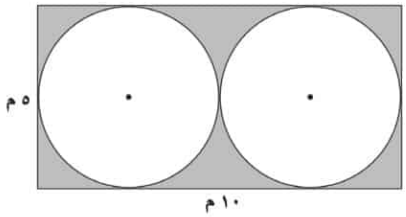
ب) ٥ (أ + ب)

جـ) ٥ أ + ب

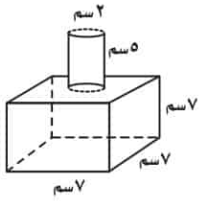
د) أ + ٥ ب

مراجعة تراكمية

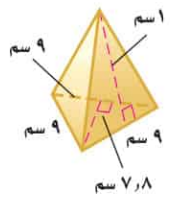
٦٥ أوجد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٨ - ١)

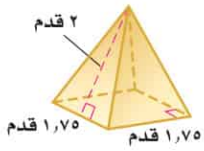


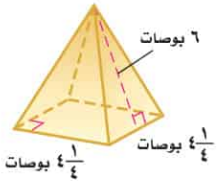
٦٦ أوجد المساحة الجانبية والكلية للمجسم المجاور مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٨ - ٦)



أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل هرم منتظم مما يأتي، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر. (الدرس ٨ - ٧)

٦٧


٦٨


٦٩


الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

٧٠ س + ٨ = ٢

٧١ ص − ٥ = −٩

٧٢ ٣٢ = − ٤ن

٧٣ $\frac{أ}{٣}$ = −١٥

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٩-٢ حل معادلات ذات خطوتين

فكرة الدرس:
أحل معادلات ذات خطوتين .

المفردات
معادلة ذات خطوتين

إستعدَّ

حلوى: اشترى زيد ٣ أكياس من الحلوى، وكيسًا واحدًا من البسكويت، ودفع ٧ ريالاتٍ ثمنًا لها جميعًا.

١ وضّح كيف يمكنك استعمال استراتيجية الحل عكسيًّا لإيجاد ثمن كل كيس من أكياس الحلوى التي اشتراها زيد.

٢ أوجد ثمن كل كيس من الحلوى.

يمكن حلُّ هذه المسألة أيضًا من خلال حلِّ معادلة ذات خطوتين هي: ٣ س + ١ = ٧، حيث يمثِّل المتغير س ثمن الكيس الواحد من أكياس الحلوى.

تحتوى **المعادلة ذات الخطوتين** على عمليتين، ففي المعادلة ٣ س + ١ = ٧، ضربت س في (٣) ثم أُضيف (١) إلى الناتج. ولحلِّ هذه المعادلات حُلّ كل عملية بالترتيب المعاكس.

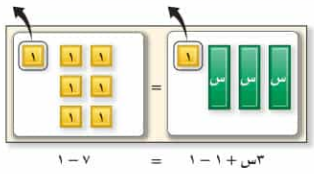
مثالان

حلُّ معادلات ذات خطوتين

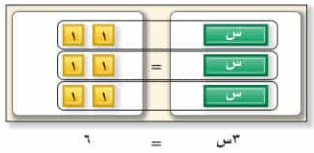
١ حُلَّ المعادلة: ٣س + ١ = ٧

الطريقة ١ استعمال النماذج

احذف بطاقة واحدة من كل لوحة.



ثم وزِّع البطاقات المتبقية في ثلاث مجموعات متساوية.



هنالك بطاقتان في كل مجموعة؛ لذا س=٢

الطريقة ٢ استعمال الرموز

استعمل خاصية الطرح:

٣س + ١ = ٧ اكتب المعادلة

− ١ = − ١ اطرح ١ من كل طرف

٣س = ٦

استعمل خاصية القسمة:

٣س = ٦

$\frac{٣س}{٣} = \frac{٦}{٣}$ اقسم كل طرف على ٣

س = ٢ بسّط

وباستعمال أيٍّ من الطريقتين يكون الناتج ٢

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

٢ حُلّ المعادلة: ٢٥ = $\frac{١}{٤}$ ن − ٣

الطريقة ١ الأسلوب الرأسي

٢٥ = $\frac{١}{٤}$ ن − ٣	اكتب المعادلة.
+٣ = +٣	أضف ٣ إلى كل طرف.
٢٨ = $\frac{١}{٤}$ ن	بسّط.
٤ × ٢٨ = ٤ × $\frac{١}{٤}$ ن	اضرب كل طرف في ٤.
١١٢ = ن	

الطريقة ٢ الأسلوب الأفقي

$\frac{١}{٤}$ ن − ٣ = ٢٥

$\frac{١}{٤}$ ن − ٣ + ٣ = ٢٥ + ٣

$\frac{١}{٤}$ ن = ٢٨

٤ × $\frac{١}{٤}$ ن = ٤ × ٢٨

ن = ١١٢

فيكون الحل هو ١١٢

اختر طريقتك

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

أ) ٣س + ٢ = ٢٠ ب) ٥ + ٢ن = −١ جـ) −١ = $\frac{١}{٢}$ أ + ٩

قد تشتمل بعض المعادلات ذات الخطوتين على حدٍّ معامله سالب.

مثـــال معادلات بمعاملات سالبة

٣ حُلّ المعادلة: ٦ − ٣س = ٢١

٦ − ٣س = ٢١	اكتب المعادلة
٦ + (−٣س) = ٢١	أعد كتابة الطرف الأيمن كعملية جمع
٦ − ٦ + (−٣س) = ٢١ − ٦	اطرح ٦ من كل طرف
−٣س = ١٥	بسّط
$\frac{-٣س}{-٣} = \frac{١٥}{-٣}$	اقسم كل طرف على −٣
س = −٥	

فيكون الحل هو −٥

تحقق :

٦ − ٣س = ٢١	اكتب المعادلة
٦ − ٣(−٥) ≟ ٢١	عوض عن س بـ (−٥)
٦ + ١٥ ≟ ٢١	اضرب، ثم حوّل عملية الطرح لجمع النظير
٢١ = ٢١ ✓	العبارة صحيحة

إرشادات للدراسة

خطأ شائع

من الأخطاء الشائعة قسمة طرفي المعادلة على ٣ بدلًا من −٣. تذكر أنك تقسم على معامل المتغير، وهو في هذه المعادلة عدد سالب.

تحقّق من فهمك:

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

د) ١٠ − $\frac{٢}{٣}$ ب = ٥٢ هـ) −١٩ = −٣س + ٢ و) $\frac{٥}{-٣}$ − ٢ = −١٨

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

من الضروري تجميع الحدود المتشابهة قبل حل المعادلة.

مثـــال — تجميع الحدود المتشابهة أولًا

٤ حُلّ المعادلة: $-٢ص + ص - ٥ = ١١$، ثم تحقق من صحة الحل.

$-٢ص + ص - ٥ = ١١$	اكتب المعادلة
$-٢ص + ١ص - ٥ = ١١$	خاصية العنصر المحايد (ص = ١ص)
$-ص - ٥ = ١١$	جمع الحدود المتشابهة: $-٢ص + ١ص = -ص$
$-ص - ٥ + ٥ = ١١ + ٥$	أضف ٥ إلى كل طرف
$-ص = ١٦$	بسّط
$\frac{-١ص}{-١} = \frac{١٦}{-١}$	$-ص = -١ص$، اقسم كل طرف على -١
$ص = -١٦$	بسّط

فيكون الحل هو -١٦.

تحقق: $-٢ص + ص - ٥ = ١١$	اكتب المعادلة
$-٢(-١٦) + (-١٦) - ٥ \stackrel{؟}{=} ١١$	عوض عن س بـ (-١٦)
$٣٢ + (-١٦) - ٥ \stackrel{؟}{=} ١١$	اضرب
$١١ = ١١$ ✓	العبارة صحيحة

تحقّق من فهمك:

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

ز) $س + ٤س = ٤٥$ ح) $١٠ = ٢أ + ١٣ - أ$ ط) $-٣ = ٦ - ٥و + \frac{٥}{٢}$ و

تأكّـــد

الأمثلة ١ - ٣

حُلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

١) $٦س + ٥ = ٢٩$ ٢) $-٢ = ٩م - ١١$ ٣) $١٠ = \frac{أ}{٤} + ٣$

٤) $\frac{٢}{٣}س - ٥ = ٧$ ٥) $٣ - ٥ص = -٣٧$ ٦) $\frac{جـ}{-٢} - ٤ = ٣$

المثال ٣

٧) **إلكترونيات:** اشترى خالد جهازًا إلكترونيًّا بمبلغ ٨١٦ ريالًا، بحيث يدفع ٥١ ريالًا شهريًّا، إذا كان متبقيًا عليه ٣٥٧ ريالًا، حُلّ المعادلة $٣٥٧ = ٨١٦ - ٥١م$، لإيجاد عدد الدفعات الشهرية التي دفعها خالد.

المثال ٤

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

٨) $٦ك - ١٠ك = ١٦$ ٩) $٥د + ٤ - ٦د = ١١$ ١٠) $١ = \frac{١}{٢}(٤ - ٢ب) + \frac{١٠}{٢}ب$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

تـدرَّب وحلّ المسائل

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

١١) ٢هـ + ٩ = ٢١ ١٢) ١١ = ٢ب + ١٧ ١٣) −١٧ = ٦ب − ٥

١٤) ٢جـ − ٣ = −١٩ ١٥) $\frac{م}{٣}$ + ٤ = ١٣ ١٦) $\frac{ص}{٨}$ + ٥ = −٣

١٧) ٣ − ٨س = ٣٥ ١٨) $\frac{-١}{٢}$ س − ٧ = −١١ ١٩) $\frac{و}{٨}$ − ١٥ = ٢٨

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١١-١٦، ٢٠	١، ٢
١٧-١٩	٣
٢١-٢٣	٤

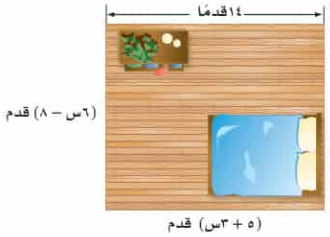
٢٠) **هدايا:** أُهدي لعمر بطاقة شراء من مكتبة بقيمة ٥٠ ريالًا، وأراد أن يشتري قلمًا بـ ١٠ ريالاتٍ، وعددًا من الكتب، بسعر ٨ ريالاتٍ للكتاب الواحد. حُلّ المعادلة ٨ك + ١٠ = ٥٠؛ لإيجاد عدد الكتب التي يستطيع شراءها.

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

٢١) ٢٨ = ٣م − ٧م ٢٢) ٣ − ٦س + ٨س = ٩ ٢٣) −٢١ = ٩أ − ١٥ − ٣أ

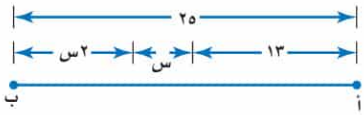
٢٤) ٤(س + ٢) = ٢٠ ٢٥) ٦(و − ٢) = ٥٤ ٢٦) $\frac{أ-٤}{٥}$ = ١٢

٢٧) **تزيين المنزل:** يريد عماد شراء سجادة جديدة للغرفة المجاورة. احسب مساحة السجادة.



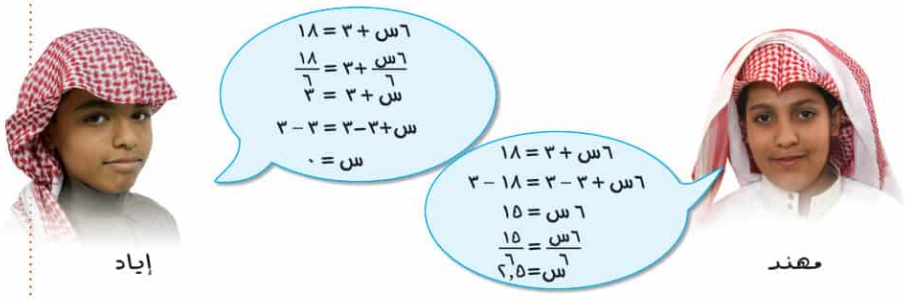
٢٨) **حيوانات:** حُلَّ المعادلة: ٤ س + ١٢ = ١٧١، لإيجاد قيمة س التي تمثِّل عدد الحيوانات في حديقة الحيوان، وهل هذا ممكن؟ وضّح إجابتك.

٢٩) **هندسة:** اكتب معادلة لتمثيل طول $\overline{أب}$ في الشكل المجاور، ثم أوجد قيمة س.



مسائل مهارات التفكير العليا

٣٠) **اكتشف الخطأ:** حَلّ كلٌّ من مهند وإياد المعادلة ٦ س + ٣ = ١٨ على النحو الآتي، فأيُّهما على صواب؟ وضّح إجابتك.



٣١) **تحدّ:** حُلَّ المعادلة: (س + ٥)^{٢} = ٤٩. (**إرشاد:** للمعادلة حلان).

٣٢) **اكتب** وضّح كيف يمكنك استعمال استراتيجية «**العمل عكسيًّا**» في حل معادلة ذات خطوتين.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

تدريب على اختبار

٣٣ أيُّ قيم ص الآتية تجعل المعادلة $\frac{ص}{٤} - ٧ = ٣$ صحيحة؟

أ) ٣

ب) ١٦

جـ) ٤٠

د) ٨٤

٣٤ ما قيمة م في المعادلة $-٦م + ٤ = -٣٢$ ؟

أ) ٦

ب) $٤\frac{٢}{٣}$

جـ) $٢\frac{١}{٣}$

د) -٦

مراجعة تراكمية

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي: (الدرس ٩ - ١)

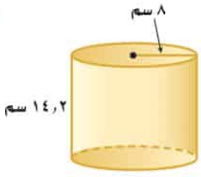
٣٥ $٦(أ + ٦)$

٣٦ $-٣(س + ٥)$

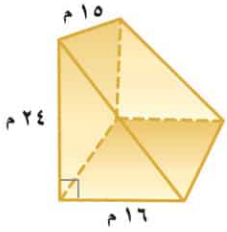
٣٧ $(ص - ٨)(٤)$

٣٨ $-٨(ي - ٧)$

٣٩ أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح الأسطوانة المجاورة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٨ - ٦)



٤٠ أوجد حجم المنشور المجاور. (الدرس ٨ - ٤)



الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حوّل كلَّ جملة مما يأتي إلى معادلة:

٤١ أُضيفَ العدد ٥ إلى عدد ما، فكان الناتج ١٧

٤٢ ناتج قسمة عدد على ٢ يساوي -٢

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٩-٣ كتابة معادلات ذات خطوتين

فكرة الدرس:
أكتب معادلات ذات خطوتين لحل مسائل تمثّل مواقف حياتية.

إستعدّ

رياضة: يرغب حاتم في المشاركة في مركز رياضي مدة أسبوعين، وبتكلفة قدرها ٧٠٠ ريالٍ، على أن يدفع ٤٠٠ ريالٍ مقدَّمًا والباقي على دفعات يومية بمقدار ٢٠ ريالًا.

الدفعات	المبلغ المدفوع
٠	٤٠٠ + ٢٠(٠) = ٤٠٠
١	٤٠٠ + ٢٠(١) = ٤٢٠
٢	٤٠٠ + ٢٠(٢) = ٤٤٠
٣	٤٠٠ + ٢٠(٣) = ٤٦٠
⋮	⋮

١ إذا كانت ن تمثِّل عدد الدفعات، فاكتب عبارة تمثِّل تكلفة الاشتراك في المركز الرياضي.

٢ اكتب معادلة لإيجاد عدد الدفعات المطلوبة للمشاركة في المركز، ثم حلّها.

٣ ما نوع المعادلة التي كتبتها في (٢)؟ وضّح إجابتك.

تعلمت سابقًا كيف تكتب مسألة على صورة معادلة في خطوة واحدة. بعض المسائل تتحول إلى معادلة ذات خطوتين.

التعبير اللفظي	مجموع العدد ٤٠٠ و ٢٠ ضعفًا لعددٍ ما يساوي ٧٠٠
المتغير	لتكن ن تمثّل العدد .
المعادلة	٤٠٠ + ٢٠ ن = ٧٠٠

أمثلة — تحويل جمل إلى معادلات

حوّل كل جملة فيما يأتي إلى معادلة:

	الجملة	المعادلة
١	أقل من ثلاثة أمثال عدد بمقدار ثمانية يساوي −٢٣	٣ن − ٨ = −٢٣
٢	يزيد العدد ثلاثة عشر على مثلَي عدد ما بمقدار ٧	١٣ = ٢ن + ٧
٣	ناتج قسمة عدد على ٤ مطروحًا منه واحد يساوي ٥	$\frac{ن}{٤} - ١ = ٥$

تحقّق من فهمك:

حوّل كل جملة مما يأتي إلى معادلة:

أ) يزيد العدد خمسة عشر بمقدار ٣ على ستة أمثال عدد.

ب) أضيف العدد ١٠ إلى ناتج قسمة عدد على ٦، فكان الناتج ٥

جـ) الفرق بين ١٢ ومثلَي عددٍ ما يساوي ١٨

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

مثالان من واقع الحياة

الربط بالحياة:

كيف يستعمل مدرب اللياقة الرياضيات؟

يستعمل مدرب اللياقة الرياضيات لمساعدته على إعداد جداول التدريب.

٤ أثقال: اشترى مدربٌ منصةَ أثقالٍ بمبلغ ١٧٥٠ ريالًا، وعددًا من الأثقال بقيمة ٥٠ ريالًا لكلٍّ منها. فإذا كانت التكلفة الكلية ٢٩٠٠ ريالٍ، فما عدد الأثقال التي اشتراها؟

التعبير اللفظي: ثمن المنصة زائد ٥٠ ريالًا لكل ثقل يساوي ٢٩٠٠ ريالٍ.

المتغير: لتكن س تمثِّل عدد الأثقال.

المعادلة: ١٧٥٠ + ٥٠ × س = ٢٩٠٠

١٧٥٠ + ٥٠س = ٢٩٠٠	اكتب المعادلة
١٧٥٠ − ١٧٥٠ + ٥٠س = ٢٩٠٠ − ١٧٥٠	اطرح ١٧٥٠ من كل طرف
٥٠ س = ١١٥٠	بسّط
$\frac{٥٠س}{٥٠} = \frac{١١٥٠}{٥٠}$	اقسم كل طرف على ٥٠
س = ٢٣	

إذن تم شراء ٢٣ ثقلًا.

٥ غداء: تناولت وزميلك طعامًا بمبلغ ٩٠ ريالًا، وكانت تكلفة وجبتك تزيد بمقدار ١٠ ريالاتٍ على وجبة زميلك، فما تكلفة وجبة زميلك؟

التعبير اللفظي: تكلفة وجبة زميلك زائد وجبتك تساوي ٩٠ ريالًا .

المتغير: لتكن ص تمثِّل تكلفة وجبة زميلك.

المعادلة: ص + ص+١٠ = ٩٠

ص + ص + ١٠ = ٩٠	اكتب المعادلة
٢ص + ١٠ = ٩٠	اجمع الحدود المتشابهة
٢ص + ١٠ − ١٠ = ٩٠ − ١٠	اطرح ١٠ من كل طرف
٢ص = ٨٠	بسّط
$\frac{٢ص}{٢} = \frac{٨٠}{٢}$	اقسم كل طرف على ٢
ص = ٤٠	

تكلفة وجبة زميلك تساوي ٤٠ ريالًا.

إرشادات للدراسة

مراجعة

يمكنك مراجعة كتابة المعادلات التي درستها سابقًا.

تحقّق من فهمك:

د) أرصاد جوية: افترض أن درجة الحرارة الحالية ٣٥° س، ويُتوقع أن ترتفع بمقدار درجتين في كل ساعة من الساعات القادمة، فبعد كم ساعة تصبح درجة الحرارة ٤٣° س؟

هـ) قياس: محيط مستطيل ٤٠ سنتمترًا، ويقلُّ عرضه عن طوله بمقدار ٨ سنتمتراتٍ. اكتب معادلة لإيجاد بُعدَي المستطيل، ثم حُلّها.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

تأكّد

الأمثلة ١-٣

حوّل كل جملة مما يأتي إلى معادلة:

١ أكبر من ثلاثة أمثال عدد بمقدار واحد يساوي ٧

٢ أصغر من مثلَي عدد بمقدار سبعة يساوي −١

٣ ناتج قسمة عدد على خمسة، مطروحًا منه عشرة يساوي ٣

للسؤالين ٤، ٥، اكتب معادلة وحُلَّها.

المثال ٤

٤ **رسوم:** يتطلب تجديد رخصة القيادة دفع رسمٍ مقداره ٤٠٠ ريالٍ، بالإضافة إلى رسم مخالفة عن كل سنة تأخير. فإذا كان مجموع ما دفعه صالح ٦٠٠ ريالٍ بعد تأخير مدته سنتان، فما قيمة رسم المخالفة السنوية؟

المثال ٥

٥ **تسوُّق:** اشترى علاء حقيبة وآلة حاسبة بمبلغ ١٢١ ريالًا. فإذا كان المبلغ الذي دفعه ثمنًا للحقيبة يزيد بمقدار ٤٥ ريالًا على ثمن الحاسبة، فما ثمن الحاسبة؟

تدرَّب وحلَّ المسائل

حوّل كل جملة فيما يأتي إلى معادلة:

٦ أصغر من خمسة أمثال عدد ما بمقدار أربعة يساوي ١١

٧ أكبر من مثلَي عدد بمقدار خمسة عشر يساوي ٩

٨ يزيد على أربعة أمثال عدد بمقدار ثمانية يساوي −١٢

٩ ناتج طرح ستة من سبعة أمثال عدد يساوي −٢٠

للأسئلة ١٠ − ١٣، اكتب معادلة لكل مسألة وحُلَّها.

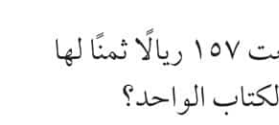
١٠ **كتب:** اشتريت مجلة وثلاثة كتب متساوية الثمن، ودفعت ١٥٧ ريالًا ثمنًا لها جميعًا، وكان ثمن المجلة وحدها ٧ ريالاتٍ، فما ثمن الكتاب الواحد؟

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٦-٩	١-٣
١٠-١١	٤
١٢	٥

١١ **مكالمات هاتفية:** بلغت فاتورة الهاتف النقال لسعد بحسب الإعلان الموضح جانبًا خلال شهر واحد ١٣٩,٨ ريالًا. أوجد عدد الدقائق التي استغرقها سعد في المكالمات.

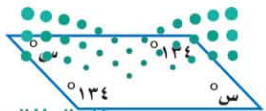
١٢ **الكعبة المشرفة:** طول محيط باب الكعبة ٩,٨م، ويزيد طوله عن عرضه ١,٥م، اكتب معادلة لإيجاد بُعدَي باب الكعبة، ثم حُلَّها.



الربط بالحياة:

يقع باب الكعبة المشرفة في الجهة الشرقية منها بعمق نصف متر تقريبًا داخل الجدار. وباب الكعبة الحالي أمر بصنعه وزخرفته الملك خالد رحمه الله بأحدث الطرق الفنية.

١٣ **هندسة:** أوجد قيمة س في متوازي الأضلاع المرسوم إلى اليسار.



وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

حيوانات: استعمل المعلومات عن يمين الصفحة لحل الأسئلة ١٤ – ١٦:

١٤ تقل السرعة القصوى للصقر عن ثلاثة أمثال سرعة الفهد القصوى بمقدار ٢٠ ميلًا في الساعة. فما سرعة الفهد ؟

١٥ تستطيع سمكة الزعنفة الشراعية السباحة بسرعة تقل عن خُمْس سرعة الصقر بمقدار ميل واحد في الساعة. أوجد سرعة السمكة.

١٦ يمكن أن تصل سرعة الصقر إلى ما يزيد على سبعة أمثال أسرع إنسان بمقدار ١٤ ميلًا، فكم تبلغ سرعة أسرع إنسان تقريبًا؟

الربط بالحياة:
يمكن أن تصل سرعة الصقر الجوال (الشاهين) إلى ١٧٥ ميلًا في الساعة.

١٧ **جبر:** إذا كانت: ن، ن + ٢، ن + ٤ تمثِّل ثلاثة أعداد زوجية متتالية، وكان مجموعها ٣٦، فما هذه الأعداد؟

ادِّخار: للسؤالين ١٨، ١٩ استعمل المعلومات الآتية:
يريد كلٌّ من ماهر وسيف ادّخار مبلغ ٦٠٠٠ ريالٍ للرحلة الصيفية، فإذا كان لدى ماهر مبلغ ١٥٠٠ ريالٍ، ويستطيع أن يوفّر ٧٥ ريالًا في اليوم لقاء عمله، بينما لم يكن لدى سيف شيءٌ، لكنه يستطيع أن يوفّر ١٢٠ ريالًا في اليوم لقاء عمله.

١٨ **خمّن:** أيُّهما سيحتاج إلى وقت أطول لتوفير المبلغ المطلوب للرحلة؟

١٩ اكتب معادلتين للتحقق من تخمينك، وحُلَّهما.

للسؤالين ٢٠، ٢١ اكتب مسألة يمكن حلها باستعمال المعادلة.

٢٠ ٤ س + ٢٠ = ٧٠

٢١ ٢ س – ٦ = ٢٥

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٢ **مسألة مفتوحة:** العدد الذي يجعل الجملة: « يقل العدد ١٢ عن أربعة أمثال عدد بمقدار ٨» جملة صحيحة هو ٥، اكتب جملةً أخرى يكون العدد المجهول فيها هو ٥

٢٣ **تحدٍّ:** إذا كان مجموع أعمار ثلاثة أشقّاء ٢٧ سنة، وكان عمر أكبرهم مثلَي عمر الأصغر، وعمر الأوسط يزيد على عمر الأصغر بمقدار ٣ سنوات. فاكتب معادلة لإيجاد أعمار هؤلاء الأشقاء، ثم حُلَّها.

٢٤ **اختر طريقة:** يبيع سعد كل ٣ علب عصير بمبلغ ٦,٥ ريالاتٍ، فإذا كان ربحه فيها هو ٠,٥ ريال، فأيُّ الطرق الآتية يمكنك استعمالها لإيجاد ثمن شراء سعد للعلبة الواحدة؟ فسّر اختيارك، ثم أوجد ثمن شراء كل علبة.

الحساب الذهني	التقدير	الورقة والقلم

٢٥ **اكتب** مسألة لفظية من الواقع تتطلب كتابة معادلة ذات خطوتين لحلّها، ثم اكتب هذه المعادلة وحلّها.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

تدريب على اختبار

٢٦ لدى شركة ٧٢ موظفًا، وتخطِّط إدارة الشركة لزيادة عددهم بمقدار ٦ موظفين شهريًّا، إلى أن يصبح عددهم ضعف العدد الحالي، إذا كانت ش تمثِّل عدد الأشهر اللازمة، فأي المعادلات الآتية تمثِّل الموقف؟

أ) ٦ ش + ٧٢ ش = ١٤٤

ب) ٢ ش + ٧٢ = ١٤٤

جـ) ٢ (٦ش + ٧٢) = ١٤٤

د) ٦ ش + ٧٢ = ١٤٤

٢٧ توفِّر سمر نقودًا لشراء لعبة ثمنها ٤٥ ريالًا، إذا كانت قد وفَّرت حتى الآن ١٣ ريالًا، وستوفِّر ٨ ريالات أسبوعيًّا، والمعادلة ٨ س + ١٣ = ٤٥ تمثِّل هذه العلاقة، فكم أسبوعًا تحتاج سمر حتى تجمع ثمن اللعبة؟

أ) ٤

ب) ٦

جـ) ٧

د) ٨

مراجعة تراكمية

حُلَّ كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٩ - ٢)

٢٨ ٥ س + ٢ = ١٧

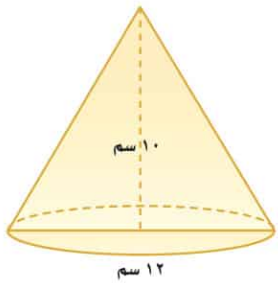
٢٩ −٧ ب + ١٣ = ٢٧

٣٠ $\frac{ن}{٨}$ + ١ = −٦

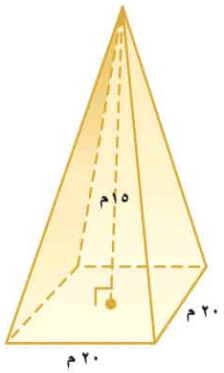
٣١ −١٥ = −٤ ر + ٩

أوجد حجم كل مجسم مما يأتي، مقرِّبًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك: (الدرس ٨ - ٥)

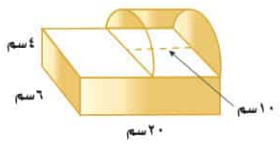
٣٢



٣٣



٣٤ أوجد حجم المجسم المجاور. (الدرس ٨ - ٤)



الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: بسّط كل عبارة مما يأتي:

٣٥ ٢ س − ٨ + ٢ س

٣٦ − ٥ ن + ٧ + ٥ ن

٣٧ ٨ ر − ٣ + ٣

٣٨ − ٦ − ١٥ أ + ٦

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

استكشاف
٩ - ٤

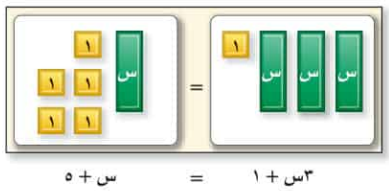
معمل الجبر
معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها

فكرة الدرس:
أحل معادلات تتضمن متغيرات في طرفَيها باستعمال بطاقات الجبر.

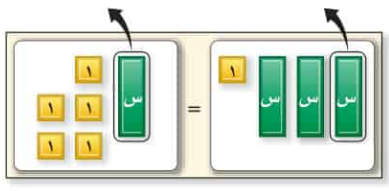
يمكنك استعمال بطاقات الجبر لحل المعادلات التي تشتمل على متغيرات في طرفيها.

نشاط

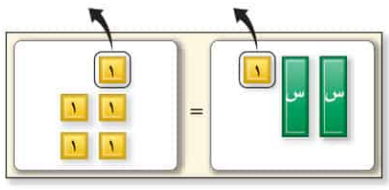
١ استعمل بطاقات الجبر لحل: ٣س + ١ = س + ٥.



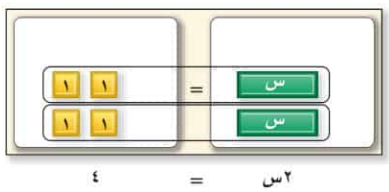
مثّل المعادلة.



احذف عددًا متساويًا من بطاقات س من كل طرف إلى أن تصبح بطاقات س في أحد الطرفين فقط.



احذف عددًا متساويًا من بطاقات العدد (١) من كل طرف إلى أن تصبح بطاقات س وحدها في أحد الطرفين.



وزِّع البطاقات المتبقية في مجموعتين متساويتين.

وبهذا تكون قيمة س = ٢، وبما أن: ٣(٢) + ١ = ٢ + ٥ ، فالحل صحيح.

تحقّق من فهمك:

استعمل بطاقات الجبر لحل كل معادلة مما يأتي:

أ) س + ٢ = ٢س + ١ ب) ٢س + ٧ = ٣س + ٤ جـ) ٢س – ٥ = س – ٧

د) ٨ + س = ٣س هـ) ٤س = س – ٦ و) ٢س – ٨ = ٤س – ٢

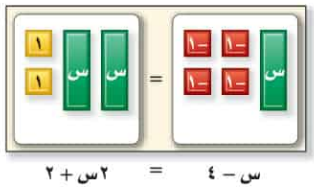
حلّ النتائج

١ بيّن أيُّ خصائص التساوي تستعملها للتخلص من العدد نفسه من بطاقات الجبر من كل طرف على لوحة المعادلة.

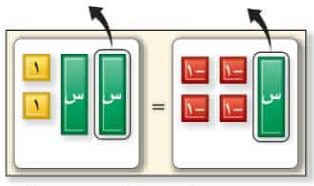
وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

نشاط

٢ استعمل بطاقات الجبر لحل: س − ٤ = ٢س + ٢

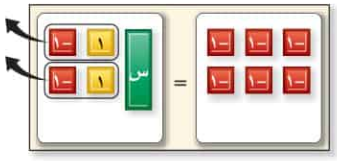


مثّل المعادلة.



احذف عددًا متساويًا من بطاقات س من كل طرف إلى أن تصبح بطاقة س واحدة في أحد الطرفين.

لعزل بطاقات س، لا يمكن حذف بطاقة العدد (١) من كل طرف؛ لذا أضف بطاقتين من العدد (−١) إلى كل طرف.



احذف الأزواج الصفرية من الطرف الأيسر للمعادلة، فيبقى ٦ أزواج من البطاقة (−١) على الطرف الآخر تقابل بطاقة واحدة س.

وبهذا س = − ٦، وبما أن: − ٦ − ٤ = ٢ (− ٦) + ٢، فالحل صحيح.

تحقّق من فهمك:

استعمل بطاقات الجبر لحل كل معادلة فيما يأتي:

ز) س + ٦ = ٣س − ٢

ح) ٣س + ٣ = س − ٥

ط) س − ٤ = ٢س + ٥

ي) ٣س − ٢ = ٢س + ٣

ك) ٢س + ١ = س − ٧

ل) ٢س + ٥ = ٤س − ١

حلّل النتائج

٢ وضّح لماذا يمكنك حذف بطاقة س واحدة من كل طرف في لوحة المعادلة.

٣ حلّ المعادلة س + ٤ = ٣س − ٤ بحذف بطاقات العدد (١) أولًا، ثم حُلَّها بحذف بطاقات س أولًا. هل يؤثر حذف البطاقات التي تحمل العدد (١) أو بطاقات س أولًا؟ هل إحدى الطريقتين أكثر ملاءمة للحل؟ وضّح ذلك.

٤ **خمّن:** في مجموعة بطاقات الجبر، تمثّل − س بالبطاقة . وضّح كيف يمكنك استعمال بطاقة (−س) وبطاقات الجبر الأخرى لحل المعادلة: −٣س + ٤ = −٢س −١.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٩-٤ حل معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها

فكرة الدرس:
أحل معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها.

إستعدَّ

مبيعات: يبيع كل من حمزة وهاني ربطات لتغليف الهدايا. فإذا باع حمزة ٨ رزم من الربطات قبل أن يبدأ هاني بالبيع، ثم كان معدل ما باعه هاني ٥ رزم في اليوم الواحد، ومعدل ما باعه حمزة ٤ رزم في اليوم، فأجب عما يأتي:

الزمن (يوم)	مبيعات حمزة	مبيعات هاني
٠	٨ + ٤(٠) = ٨	٥(٠) = ٠
١	٨ + ٤(١) = ١٢	٥(١) = ٥
٢	٨ + ٤(٢) = ١٦	٥(٢) = ١٠
٣	٨ + ٤(٣) = ٢٠	٥(٣) = ١٥
⋮	⋮	⋮

١ انسخ الجدول أعلاه، ثم أكمل تعبئة الصفوف لإيجاد عدد الأيام المطلوبة حتى يتساوى عدد ما باعه كل من هاني وحمزة.

٢ اكتب عبارة تمثِّل مبيعات حمزة بعد س يومًا.

٣ اكتب عبارة تمثِّل مبيعات هاني بعد س يومًا.

٤ أيُّ يوم تتجاوز فيه مبيعات هاني مبيعات حمزة؟

٥ اكتب معادلة يمكن استعمالها لإيجاد عدد الأيام المطلوبة حتى يتساوى عدد ما باعه كل من هاني وحمزة.

تشتمل بعض المعادلات، مثل: ٨ + ٤س = ٥س على متغيرات في طرفي المعادلة. ولحلِّ مثل هذه المعادلة، استعمل خاصية الجمع أو الطرح على المساواة لكتابة معادلة مكافئة بمتغيرات في طرف واحد، ثم حُلَّها.

مثالان

معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها

١ حُلّ المعادلة ٨ + ٤س = ٥س، ثم تحقق من صحة الحل.

٨ + ٤س = ٥س	اكتب المعادلة
٨ + ٤س − ٤س = ٥س − ٤س	اطرح ٤ س من كل طرف
٨ = س	بسّط بتجميع الحدود

اطرح ٤س من الطرف الأيسر لموازنة المعادلة.

اطرح ٤س من الطرف الأيمن لعزل المتغير.

الحل هو ٨

وللتحقق من صحة الحل، عوِّض عن س بِـ ٨ في المعادلة الأصلية.

تحقق: ٨ + ٤س = ٥س	اكتب المعادلة الأصلية
٨ + ٤(٨) ≟ ٥(٨)	عوض عن س بـ ٨
٤٠ = ٤٠ ✓	الجملة صحيحة

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

٢ حُلّ المعادلة: ٦ن − ١ = ٤ن − ٥.

٦ن − ١ = ٤ن − ٥	اكتب المعادلة الأصلية
٦ن − ٤ن − ١ = ٤ن − ٤ن − ٥	اطرح ٤ن من كل طرف
٢ن − ١ = − ٥	بسّط
٢ن − ١ + ١ = − ٥ + ١	أضف ١ إلى كل طرف
٢ن = − ٤	بسّط
ن = − ٢	اقسم كل طرف ذهنيًّا على ٢

تحقّق من فهمك:

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

أ) ٨أ = ٥أ + ٢١ **ب)** ٣س − ٧ = ٨س + ٢٣ **جـ)** ٧م − ١٢ = ٣ + $\frac{٧}{٣}$ م

مِثالٌ من واقع الحياة

٣ مكالمات هاتفية: تبلغ تكلفة الاشتراك الشهري لأحد عروض الهواتف النقالة ٣٥ ريالًا شهريًّا بالإضافة إلى ٠,٣٥ ريال عن كل دقيقة، والاشتراك الشهري لعرض آخر ٤٥ ريالًا بالإضافة إلى ٠,٣٠ ريال عن كل دقيقة. فبعد كم دقيقة يتساوى العرضان؟

التعبير اللفظي	٣٥ ريالًا شهريًّا زائد ٠,٣٥ ريالًا لكل دقيقة	يساوي	٤٥ ريالًا شهريًّا زائد ٠,٣٠ ريالًا لكل دقيقة
المتغير	ليكن د يمثّل عدد الدقائق.		
المعادلة	٣٥ + ٠,٣٥ د = ٤٥ + ٠,٣٠ د		

٣٥ + ٠,٣٥ د = ٤٥ + ٠,٣٠ د	اكتب المعادلة
٣٥ + ٠,٣٥ د − ٠,٣٠ د = ٤٥ + ٠,٣٠ د − ٠,٣٠ د	اطرح ٠,٣٠ د من كل طرف
٣٥ + ٠,٠٥ د = ٤٥	
٣٥ + ٠,٠٥ د − ٣٥ = ٤٥ − ٣٥	اطرح ٣٥ من كل طرف
٠,٠٥ د = ١٠	
$\frac{٠,٠٥ د}{٠,٠٥} = \frac{١٠}{٠,٠٥}$	اقسم كل طرف على ٠,٠٥
د = ٢٠٠	

تحقق: ٣٥ + ٠,٣٥(٢٠٠) ≟ ٤٥ + ٠,٣٠(٢٠٠)

١٠٥ = ١٠٥ ✓

تحقّق من فهمك:

د) رايات: يقل طول نموذج لعلم المملكة العربية السعودية عن مثلي عرضه بمقدار قدمين، فإذا كان طول محيطه يزيد على عرضه بمقدار ١١ قدمًا، فأوجد بُعدي النموذج.

الربط بالحياة:

يُعدّ علم المملكة العربية السعودية العلم الوحيد الذي لا ينكس ولا يُنزل إلى نصف السارية في حالات الحداد والمراسم الدولية؛ وذلك لأجل شهادة التوحيد التي يحملها.

وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكّـد

المثالان ١، ٢

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

١) ٥ن + ٩ = ٢ن
٢) ٧ي – ٨ = ٦ي + ١
٣) ٣ك + ١٤ = ك
٤) ٢أ + ٢١ = ٨أ – ٩
٥) ١٠س = ٣س – ٢٨
٦) –٤ب – ٣ = ٢ + ب

المثال ٣

٧) **تأجير سيارات:** يتقاضى مكتب لتأجير السيارات ٩٥ ريالًا كأجرة يومية على السيارة، بالإضافة إلى ٠,٢٥ ريال عن كل كيلومتر زائد عن الحد اليومي. ويتقاضى مكتب آخر ٨٠ ريالًا في اليوم، بالإضافة إلى ٠,٤٠ ريال عن كل كيلومتر زائد. أوجد عدد الكيلومترات الزائدة المقطوعة في يوم واحد والتي تكون تكلفتها في المكتبين متساوية.

تـدرَّب وحلّ المسائل

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

٨) ٧أ + ١٠ = ٢أ
٩) ١١س = ٢٤ + ٨س
١٠) م – ١٨ = ٣م
١١) ٥ب + ٢ = ٤ب – ١
١٢) ٨ي – ٣ = ٦ي + ١٧
١٣) ١٥ – ٣ن = ن – ١
١٤) ٣ – ١٠ب = ٢ب – ٩
١٥) –٦أ+١٣ =٢أ–١١
١٦) ٦,٢١ – د = ٥د

الإرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٨–١٠	١
١١–١٦	٢
١٧–١٩	٣

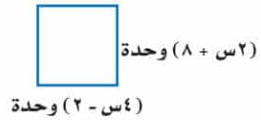
حدِّد المتغير لكل مسألة مما يأتي ، ثم اكتب المعادلة، وحُلَّها:

١٧) أقل من ثلاثة أمثال عدد ما بمقدار ثمانية عشر يساوي مثلي العدد.

١٨) أكبر من أربعة أمثال عدد بمقدار أحد عشر يساوي هذا العدد مطروحًا منه سبعة.

١٩) **ترفيه:** ثمن التذكرة العادية للدخول إلى مدينة ألعاب ٦ ريالات، وثمن التذكرة الذهبية ٣ ريالات لمن دفع ٣٠ ريالًا رسم اشتراك. فكم تذكرة ذهبية يجب شراؤها بحيث يكون ثمنها مساويًا ثمن التذاكر العادية المساوية لها في العدد؟

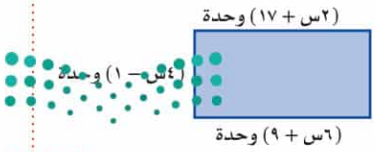
٢٠) **قياس:** اكتب معادلة وحُلَّها لإيجاد محيط المربع المجاور ومساحته.



مسائل مهارات التفكير العليا

٢١) **تحدٍّ:** يدفع محل بيع الذرة مبلغ ٥٠٠ ريال بالإضافة إلى ٥ ٪ من قيمة المبيعات إيجارًا شهريًّا للمكان. إذا كان المحل يبيع كوب الذرة الذي يُكلِّفه ٢,٧٥ ريالًا بِـ ٥ ريالات، فاكتب معادلة وحُلَّها لإيجاد عدد الأكواب التي يلزمه بيعها ليوفِّر قيمة الإيجار.

٢٢) **تحدٍّ:** أوجد مساحة المستطيل المجاور.



٢٣) **اكتب** وضّح كيف تحل المعادلة:
٢ – ٤س = ٦ س – ٨.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

تدريب على اختبار

٢٤ إذا كان عدد لاعِبي فريق كرة القدم في نادٍ رياضي هو ٤٥ لاعبًا، ويزيد بمعدّل ٣ لاعبين سنويًّا، وعدد لاعِبي فريق ألعاب القوى في النادي نفسه ٢١ لاعبًا، ويزيد بمقدار ٦ لاعبين سنويًّا. أيُّ المعادلات الآتية يمكن استعمالها لإيجاد بعد كم سنة يتساوَى عدد لاعِبي الفريقين؟

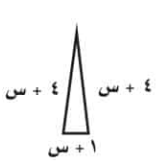
أ) ٤٥ س + ٣ = ٢١ س + ٦

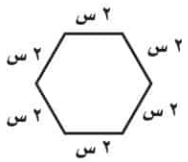
ب) ٤٥ س + ٦ س = ٢١ + ٣ س

جـ) ٤٥ + ٣ س = ٢١ + ٦ س

د) (٤٥ + ٣) س = (٢١ + ٦) س

٢٥ ما قيمة س التي تجعل محيطَي المضلعين أدناه مُتَساوِيَيْن؟





أ) ١

ب) ٢

جـ) ٣

د) ٤

مراجعة تراكمية

٢٦ **قرطاسية:** زارت مها المكتبة واشترت كتابًا و٤ دفاتر من النوع نفسه، فكان ثمن مشترياتها ٤٩,٩٥ ريالًا، إذا كان ثمن الكتاب ١٨,٩٥ ريالًا، فما ثمن الدفتر الواحد؟ (الدرس ٩ - ٣)

بسّط كل عبارة مما يأتي: (الدرس ٩ - ١)

٢٧ ٥ س + ٦ - س

٢٨ ٨ - ٣ن + ٣ن

٢٩ ٧أ - ٧أ - ٩

٣٠ ٣ - ٤ ص + ٩ ص

حُلَّ كلَّ معادلة فيما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٩ - ٢)

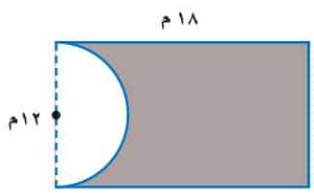
٣١ ٩ + ٥ ص = ١٩

٣٢ -٦ = ٤ + ٢ س

٣٣ ٨ - ك = ١٧

٣٤ ٢ = ١٨ - ٤د

٣٥ أوجد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٨ - ١)



الاستعداد للدرس اللاحق

٣٦ **مهارة سابقة:** مع ياسر ١٣٥ ريالًا، يريد صرفها في حضور مباراة كرة قدم، فإذا كان ثمن التذكرة ٢٥ ريالًا، وثمن الوجبة ١٥,٥ ريالًا، وثمن العصير ٤,٥ ريالات، استعمل "استراتيجية الحل عكسيًّا"؛ لإيجاد عدد الأصدقاء الذين يمكن لياسر دعوتهم لحضور المباراة معه، إذا قام بالدفع عنه وعن أصدقائه المدعوين.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

الفصل ٩

اختبار منتصف الفصل

الدروس من ٩-١ إلى ٩-٤

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي: (الدرس ٩ - ١)

١) ٣ (س+٢)

٢) -٢ (أ-٣)

٣) ٥ (٣ جـ- ٧)

٤) -٤ (٢ ن + ٣)

بسّط كل عبارة مما يأتي: (الدرس ٩ - ١)

٥) ٢ أ - ١٣ أ

٦) ٦ ب + ٥ - ٦ ب

٧) ٢ م + ٥ - ٨ م

٨) ٧ س +٢ - ٨ س + ٥

٩) عيّن الحدود، والحدود المتشابهة، والمعاملات، والثوابت في العبارة: ٥ - ٤ س + س - ٣ .
(الدرس ٩ - ١)

حُلّ كلَّ معادلة فيما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٩ - ٢)

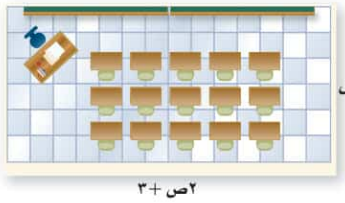
١٠) ٣ م + ٥ = ١٤

١١) -٢ ك + ٧ = -٣

١٢) ١١ = $\frac{١}{٣}$ أ + ٢

١٣) -١٥ = -٧ - ي

١٤) **اختيار من متعدد:** يبيّن الشكل أدناه مخطط غرفة صفية.



إذا كان محيط الغرفة ٧٨ قدمًا، فكم عرضها؟ (الدرس ٩ - ٢)

أ) ١٢ قدمًا

جـ) ٢٥ قدمًا

ب) ١٥ قدمًا

د) ٢٧ قدمًا

١٥) **تدريب:** استعدادًا لسباق الدراجات، يقطع سعد بدراجته المسافة نفسها يومَي الثلاثاء والخميس، ويقطع مسافة ٢٠ كيلومترًا يوم السبت، وعليه يكون مجموع المسافة التي يقطعها في الأيام الثلاثة ٥٠ كيلومترًا. حل المعادلة ٢ م + ٢٠ = ٥٠؛ لإيجاد المسافة التي يقطعها سعد في كل من يومَي الثلاثاء والخميس. (الدرس ٩ - ٢)

حوّل كل جملة فيما يأتي إلى معادلة، ثم حُلَّها: (الدرس ٩ - ٣)

١٦) يزيد العدد ٩ على ناتج قسمه عدد على ٣ بمقدار ١٤

١٧) ناتج قسمة عدد ما على (-٧) مطروحًا منه ٤ يساوي (-١١)

١٨) الفرق بين ١٠ وثلاثة أمثال عددٍ ما يساوي ١٧

١٩) **اتصالات:** تتقاضَى شركة اتصالات ٤٥ ريالًا رسومًا شهريةً، كما تتقاضَى ١٥ , ٠ ريال عن كل دقيقة أو جزءٍ منها يتحدثها المتصل. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد الدقائق التي تحدَّثها متصل كانت فاتورته الشهرية ١١٢,٥ ريالًا. (الدرس ٩ - ٣)

حُلّ كلَّ معادلة فيما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٩ - ٤)

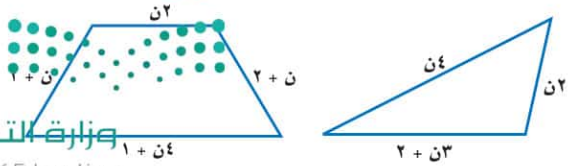
٢٠) ٣ س + ٧ = ٢ س

٢١) ٧ ب - ٦ = ٤ ب

٢٢) ٣ ص - ٥ = ٥ ص + ٧

٢٣) ٤ م +٧ = -٣ م + ٤٩

٢٤) **قياس:** اكتب معادلة وحلها لإيجاد قيمة س، بحيث يكون محيطا المضلعين متساويين. (الدرس ٩ - ٤)



وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٩-٥ استراتيجية حلِّ المسألة

فكرة الدرس : أحل المسائل باستعمال استراتيجية "التخمين والتحقق"

التخمين والتحقق

محمد : يشارك مجموعة من الأشخاص في دورة تدريبية، ويبلغ رسم الاشتراك في الدورة ٢٠٠ ريالٍ للصغار و٤٠٠ ريالٍ للكبار، وبلغ ما تم جمعه من المشاركين ٦٦٠٠ ريالٍ، وكان عددهم ٣٠ شخصًا.

مهمتك : خمّن وتحقق لإيجاد عدد كل من الصغار والكبار المشاركين في الدورة.

افْهَم

يدفع الصغير ٢٠٠ ريالٍ، ويدفع الكبير ٤٠٠ ريالٍ.

والعدد الكلي ٣٠ شخصًا.

خَطِّط

خمنّ، ثم تحقق من صحة تخمينك.

حُلّ

ابحث عن الحالة التي يكون فيها المجموع ٦٦٠٠ ريالٍ. يشير ص في القائمة إلى عدد الصغار، و ك إلى عدد الكبار.

ص	ك	٢٠٠ ص + ٤٠٠ ك	التحقق
٢٦	٤	٢٠٠(٢٦) + ٤٠٠(٤) = ٦٨٠٠	مرتفع
٢٩	١	٢٠٠(٢٩) + ٤٠٠(١) = ٦٢٠٠	منخفض
٢٨	٢	٢٠٠(٢٨) + ٤٠٠(٢) = ٦٤٠٠	منخفض
٢٧	٣	٢٠٠(٢٧) + ٤٠٠(٣) = ٦٦٠٠	صحيح

إذن، هنالك ٢٧ صغيرًا و٣ كبار يشاركون في الدورة.

تحقَّق

مجموع ٢٧ وَ ٣ يساوي ٣٠، وبما أن: ٢٠٠(٢٧) + ٤٠٠(٣) = ٦٦٠٠، فالتخمين صحيح. ✓

حلّ الاستراتيجية

١ في المسألة أعلاه، المبلغ المجموع من ٢٣ صغيرًا و ٥ كبار يساوي أيضًا ٦٦٠٠ ريالًا. وضّح لماذا لا يكون هذا هو الجواب الصحيح؟

٢ **اكتب** مسألة يمكنك حلها بالتخمين والتحقق، ثم اكتب الخطوات المطلوبة لإيجاد الحل.

مسائل متنوعة

استعمل استراتيجية "التخمين والتحقق" لحل المسائل ٣-٥:

٣ **نظرية الأعداد:** ناتج مربع عدد يساوي ٥٧٦، فما العدد؟

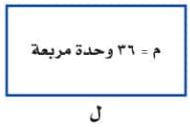
٤ **عملة:** مع حمد مبلغ ٢٢,٥ ريالًا مكونًا من الفئات الآتية: $\frac{١}{٢}$ ريال، ريال، ١٠ ريالات. فإذا كان عدد العملات التي معه ١٦ عملة، فما عدد كل فئة منها؟

٥ **تسوّق:** اشترت مها هدايا لثمانٍ من بنات إخوانها، فإذا اشترت خواتم بسعر ٦ ريالات للخاتم الواحد، ودمى بسعر ٧ ريالات للدمية الواحدة، وأنفقت ٥٣ ريالًا، فما عدد الهدايا التي اشترتها من كل نوع؟

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٦-١٣:

من استراتيجيات حلّ المسألة
- الرسم
- إنشاء جدول
- التخمين والتحقق

٦ **قياس:** إذا كان طول المستطيل المرسوم (ل) أطول من عرضه (ض)، فاكتب قائمة الاحتمالات الممكنة لبعدي المستطيل بالأعداد الصحيحة، علمًا بأن مساحته تساوي ٣٦ وحدة مربعة. وعيّن بُعدي المستطيل الذي له أكبر محيط.



٧ **أعداد:** ثلاثة أعداد مجموعها ٢٣، والعدد الأكبر منها يزيد على الأصغر بمقدار ٩

٨ **صحيفة:** تبيِّن القائمة المجاورة عدد أحرف أول ٢٠ كلمة في مقالة مكتوبة في إحدى الصحف اليومية. فأيّ عدد الأحرف أكثر تكرارًا؟

الصحيفة اليومية

٤	٧	٥	٣
٤	٦	٧	٤
٦	٣	٥	٥
٥	٥	٤	٨
٧	٧	٥	٦

٩ **أقراص مرنة:** يريد سعد وضع ٢٠ قرصًا مرنًا في صندوق واحد. اكتب احتمالين لأبعاد الصندوق الذي يتسع لهذه الأقراص بلا فراغات.

١٠ مجموع أعمار ثلاثة أشخاص ١٠٨ سنوات، إذا كان عمر أكبرهم يزيد ٨ سنوات على عمر الأصغر، فما أعمار هؤلاء الأشخاص؟

تحليل جداول: استعمل المعلومات الآتية لحل المسألتين ١١، ١٢:

شارك ١١٥ طالبًا في إحدى المدارس في دورات تدريبية مهنية؛ حيث شارك ٧٠ طالبًا في دورة تمريض، و٣٧ طالبًا في دورة مهارات التفكير، و٦٣ طالبًا في دورة الإلكترونيات، وشارك بعضهم في أكثر من دورة كما في الجدول الآتي:

الدورة	عدد الطلاب
جميع الدورات	١٥
التمريض والتفكير	٢٠
الإلكترونيات والتمريض	٣٠
التفكير فقط	١٢

١١ فما عدد الطلاب الذين شاركوا في دورة الإلكترونيات فقط؟

١٢ ما عدد الطلاب الذين لم يشاركوا في دورة التمريض؟

١٣ **الحسُّ العدديُّ:** أوجد ناتج ضرب ما يأتي:

$-١، -\frac{١}{٢}، -١، -\frac{١}{٣}، -١، -\frac{١}{٤}، \ldots،$

$-١، -\frac{١}{٤٨}، -١، -\frac{١}{٤٩}، -١، -\frac{١}{٥٠}$.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٩-٦ المتباينات

فكرة الدرس:
أكتب المتباينات وأمثّلها.

المفردات
المتباينة

إستعدّ

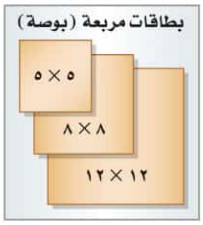
خدمة البريد: ترغب هدى في إرسال بطاقات دعوة مربعة الشكل بالبريد، على أن تكون قياسات البطاقة ٥ بوصات × ٥ بوصات أو أكبر. وستدفع رسومًا لكتلة كل بطاقة بحسب البيان الموضح أعلاه.

١) حدِّد قياسات ثلاث بطاقات يمكن لهدى استعمالها.

٢) كم ستبلغ تكلفة إرسال بطاقة كتلتها ٨٠ جرامًا؟

خدمات البريد

الكتلة القصوى (جم)	السعر بالريال
٣٠	١,٥
٦٠	٢,٢٥
٩٠	٢,٧٥
١٢٠	٣,٢٠
١٥٠	٣,٥٠



تُسمى الجملة الرياضية التي تشتمل على أحد الرمزين: أكبر من (>)، أو أصغر من (<) **متباينة**. وعند استعمالها للمقارنة بين متغير وعدد، فإنها تصف مدىً من القيم.

مثالان — كتابة متباينات باستعمال > أو <

اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

١) **أمتعة:** يجب أن تقل كتلة حقيبة السفر عن ١٨ كيلو جرامًا.

ليكن و = كتلة الحقيبة.

و < ١٨

٢) **عُمر:** يجب أن يكون عمرك أكبر من ١٢ سنة حتى تشارك في اللعب.

ليكن ع = عمر الفرد.

ع > ١٢

تحقّق من فهمك: اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

أ) **قيادة:** يجب أن يكون عمرك أكبر من ١٨ سنة حتى تقود السيارة.

ب) **رياضة:** يجب أن يكون عمر اللاعب في فريق الناشئين أصغر من ١٧ سنة.

يستعمل الرمزان ≤ وَ ≥ ليجمعا بين الإشارتين > و < مع إشارة المساواة = .

مثالان — كتابة متباينات باستعمال ≤ أو ≥

اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

٣) **الألعاب:** يجب ألا يقل طولك عن ١٢٠ سم لتمارس هذه اللعبة.

ليكن ط = طول الفرد.

ط ≤ ١٢٠

٤) **الطعام:** يجب أن يكون عمرك ١٢ سنة أو أقل لتطلب من قائمة الأطفال.

ليكن س = عمر الفرد.

س ≤ ١٢

تحقّق من فهمك:

اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

جـ) **الهوية:** يجب أن يكون عمرك ١٠ سنوات أو أكبر حتى يحق لك إصدار الهوية الوطنية.

د) **سيارة:** يتسع خزان الوقود لِـ ٦٠ لترًا على الأكثر.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

المتباينات				
التعبير اللفظي	• أصغر من • أقل من	• أكبر من • أكثر من	• أصغر من أو يساوي • أقل من أو يساوي • على الأكثر	• أكبر من أو يساوي • أكثر من أو يساوي • على الأقل
الرموز	>	<	≥	≤

المتباينات التي تشتمل على متغيرات هي جمل مفتوحة، وعند كتابة عدد ما مكان المتغير، فإنها تكون إما صحيحة وإما خاطئة.

مثالان التحقق من صحة متباينة

بيّن ما إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة عند القيمة المعطاة:

٥ أ + ٢ > ٨ ، أ = ٥

أ + ٢ > ٨ — اكتب المتباينة

٥ + ٢ ≯ ٨ — عوّض عن أ بـ ٥

٧ ≯ ٨ — بسّط

بما أن ٧ ليست أكبر من ٨، فإن ٧ > ٨ خاطئة.

٦ ١٠ ≥ ٧ − س ، س = − ٣

١٠ ≥ ٧ − س — اكتب المتباينة

١٠ ≥ ٧ − (−٣) — عوض عن س بـ (−٣)

١٠ ≥ ١٠ — بسّط

بما أن ١٠ > ١٠ خاطئة، ١٠ = ١٠ صحيحة، فإن ١٠ ≥ ١٠ صحيحة.

إرشادات للدراسة

رموز

تقرأ العبارة ٧ ≯ ٨ :
٧ ليست أكبر من ٨.

تحقّق من فهمك:

بيّن ما إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة، عند القيمة المعطاة.

هـ) ن − ٦ > ١٥ ، ن = ١٨ و) − ٣ب ≤ ٢٤ ، ب = ٨ ز) − ٢ > ٥ص − ٧ ، ص = ١

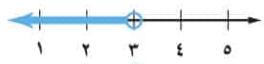
يمكن تمثيل المتباينات على خط الأعداد، ولأنه يصعب إظهار جميع القيم التي تجعل المتباينة صحيحة، يتم وضع دائرة مفتوحة أو مغلقة للدلالة على بداية القيم، ثم سهم إلى اليمين أو اليسار لإظهار الاتجاه.

مثالان تمثيل المتباينات بيانيًا

مثّل بيانيًّا كل متباينة فيما يأتي على خط الأعداد:

٧ ن > ٣

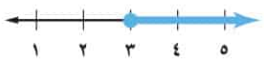
ضع دائرة غير مظللة على العدد ٣، ثم ارسم سهمًا باتجاه اليسار.



الدائرة غير المظللة تعني أن العدد ٣ ليس ضمن الحل.

٨ ن ≤ ٣

ضع دائرة مظللة على العدد ٣، ثم ارسم سهمًا باتجاه اليمين.



الدائرة المظللة تعني أن العدد ٣ ضمن الحل.

تحقّق من فهمك:

مثّل بيانيًّا كل متباينة فيما يأتي على خط الأعداد:

ح) س > ٢ ط) س > ١ ي) س ≥ ٥ ك) س ≤ − ٤

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

تأكّد

الأمثلة ١-٤ اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

١ **قيادة السيارات:** يجب أن لاتتجاوز سرعة سيارتك ١٢٠ كلم/ ساعة.

٢ **ألعاب:** يعرض محلٌّ لعبة إلكترونية للذين تزيد أعمارهم على ٦ سنوات.

المثالان ٥، ٦ بيّن ما إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة، عند القيمة المعطاة:

٣ س − ١١ > ٩، س = ٢٠ ٤ ٤٢ ≤ ٦أ، أ = ٨ ٥ $\frac{ن}{٣}$ + ١ ≥ ٦، ن = ١٥

المثالان ٧، ٨ مثّل بيانيًّا كل متباينة فيما يأتي على خط الأعداد:

٦ ن > ٤ ٧ ب ≥ ٢ ٨ س ≤ ٠ ٩ أ > ٧

تدرّب وحلّ المسائل

الإرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٠-١٢	١-٤
١٣-١٨	٥، ٦
١٩-٢٢	٧، ٨

اكتب متباينة لكل جملة فيما يأتي:

١٠ **عطور:** لا تزيد تكلفة بعض أنواع العطور على ٥٠ ريالًا.

١١ **تسوّق:** يجب أن تتجاوز مشترياتك ١٠٠ ريال لتحصل على خصم.

١٢ **تبرّع:** يمكنك التبرع بالدم إذا كان خُضاب الدم لديك ١٢ وحدة على الأقل.

الربط بالحياة:

يعتبر خضاب الدم (الهيموجلوبين) المكوّن الأساسي في خلايا الدم الحمراء حيث يعمل على نقل الأكسجين من الرئتين إلى جميع أنسجة الجسم المختلفة.

بيّن ما إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة، عند القيمة المعطاة:

١٣ ١٢ + أ > ٢٠، أ = ٩ ١٤ ١٥ − ك > ٦، ك = ٨ ١٥ −٣ص > ٢١، ص = ٨

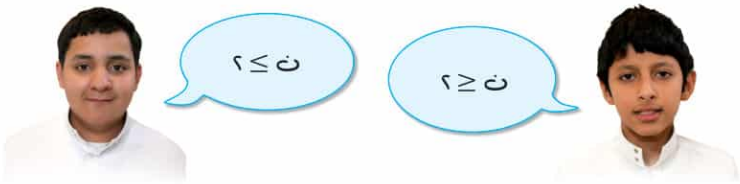
١٦ ٣٢ ≥ ٢س، س = ١٦ ١٧ $\frac{ن}{٤}$ ≤ ٥، ن = ١٢ ١٨ $\frac{-١٨}{س}$ > ٩، س = −٢

مثّل بيانيًّا كل متباينة فيما يأتي على خط الأعداد:

١٩ س > ٦ ٢٠ ص > ٨ ٢١ ب ≤ ٧ ٢٢ ١ ≥ ن

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٣ **اكتشف الخطأ:** كتب كل من ياسر وعزام المتباينة التي تعبر عن الجملة "ساعتان على الأقل لحل الواجبات"، فأيُّهما على صواب؟ وضّح إجابتك.



ياسر عزام

٢٤ **تحدٍّ:** إذا كانت: س = ٣، فهل المتباينة الآتية صائبة أم خاطئة؟ برّر إجابتك.

$\frac{١٠٨}{١٢}$ + س ≤ ١٥ − ٤س + ٩

٢٥ **اكتب** إذا كانت أ < ب، ب < جـ، ما العلاقة الصحيحة بين أ وَ جـ؟ وضّح ذلك، وأعطِ أمثلة تستخدم كلاً من القيم الموجبة والسالبة لِـ أ، جـ.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

تدريب على اختبار

٣٦ لا يستطيع حمزة السباحة في البركة أكثر من ٤ ساعات هذا اليوم، أيُّ التمثيلات البيانية الآتية تمثل الزمن الذي يمكن أن يقضيه حمزة في البركة؟

أ)

ب)

جـ)

د)

٣٧ أيُّ المتباينات الآتية تعبّر عن الجملة: "للاشتراك يشترط ألّا يقل عمر العضو عن ١٨ سنة"؟

أ) $ع > ١٨$

ب) $ع \geq ١٨$

جـ) $ع < ١٨$

د) $ع \leq ١٨$

مراجعة تراكمية

٣٨ **عمرة:** سافر ١٦ صديقًا في رحلة عمرة إلى مكة المكرمة، ثم توجَّهوا إلى الفندق، فوجدوا به نوعين من الغرف: غرف سعتها ٣ أسِرَّة، وغرف سعتها ٥ أسِرَّة، فكم غرفة بالضبط تكفيهم لاستئجارها؟ (الدرس ٩ - ٥)

٣٩ **سيارات:** يقدِّم أحد معارض تأجير السيارات عرضين للمستأجرين؛ الأول: ٦٠ ريالًا يوميًّا، إضافة إلى ٠,٢٥ ريال عن كل كيلومتر تقطعه السيارة، والثاني: ٤٥ ريالًا إضافة إلى ٠,٤٥ ريال عن كل كيلومتر تقطعه السيارة. اكتب معادلة وحلّها لإيجاد عند كم كيلومترًا ستكون التكلفة نفسها بكلا العرضين. (الدرس ٩ - ٤)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية:

٤٠ $ص + ١٥ = ٣١$

٤١ $ن + ٤ = -٧$

٤٢ $أ - ٨ = ٢٥$

٤٣ $-١٢ = س - ٣$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٩-٧ حل المتباينات

فكرة الدرس:
أحل متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح أو الضرب أو القسمة.

إستعدّ

أوراقٌ نقديةٌ: وضع كل من أحمد وخالد ما في جيوبهم من نقود على الطاولة.

الاسم	العملات النقدية
أحمد	٥٠ ريالًا (ورقة)، ١٠ ريالات (ورقتان)، ريال (٤ قطع)
خالد	١٠ ريالات (٥ أوراق)، ريال (قطعتان)

١ اكتب متباينة تقارن بين نقود أحمد وخالد.

٢ إذا حصل كل منهما على ١٠ ريالات إضافية، فهل ستبقى المقارنة صحيحة؟ اشرح.

٣ إذا اشترى كل منهما بقيمة ريالين ، فهل ستبقى المقارنة صحيحة؟ اشرح.

٤ إذا تبرع كل منهما بنصف ماليه عبر المنصات الرسمية للتبرع، فهل ستبقى المقارنة صحيحة؟ اشرح.

٥ إذا تضاعف ما لديهما ثلاث مرات، فهل ستبقى المقارنة صحيحة؟ اشرح.

تبيِّن الأمثلة أعلاه خصائص المتباينة، وهذه الخصائص صحيحة عندما أ ≤ ب، أ ≥ ب.

خصائص المتباينة (الجمع والطرح)

مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: عند جمع (أو طرح) العدد نفسه لطرفي متباينة، فإنها تبقى صحيحة .

الرموز: لأيِّ ثلاثة أعداد أ ، ب ، جـ:

- إذا كان أ > ب، فإن أ + جـ > ب + جـ ، أ − جـ > ب − جـ
- إذا كان أ < ب، فإن أ + جـ < ب + جـ ، أ − جـ < ب − جـ

الأمثلة:

٢ < ٣	٣ > ٨
٢ + ٥ < ٣ + ٥	٣ − ٤ > ٨ − ٤
٧ > ٢ ✓	١− > ٤ ✓

يُقصد بحل المتباينة إيجاد قيم المتغير التي تجعل المتباينة صحيحة.

مثالان

حلّ المتباينات بالجمع والطرح

حُلَّ المتباينتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل.

١ ن − ٨ > ١٥

ن − ٨ > ١٥	اكتب المتباينة
ن − ٨ + ٨ > ١٥ + ٨	أضف ٨ للطرفين
ن > ٢٣	بسّط

إذن الحل هو : ن > ٢٣

تحقق: عوِّض عن ن في المتباينة الأصلية بـ ٢٢، أو أي عدد أصغر منه

إرشادات للدراسة

التحقق من صحة الحل

يمكنك التحقق من صحة الحل في المثال ١ بتعويض أعداد أصغر من ٢٣ في المتباينة والتحقق من صحة الناتج .

٢ $-٤ \geq ل + ٧$

$-٤ \geq ل + ٧$ اكتب المتباينة

$-٤ - ٧ \geq ل + ٧ - ٧$ اطرح ٧ من الطرفين

$-١١ \geq ل$ بسّط

إذن الحل هو : $ل \geq -١١$

تحقق: عوِّض عن ل في المتباينة الأصلية بـ -١١، ثم بعدد أصغر منه.

تحقّق من فهمك:

حُلَّ المتباينات الآتية، ثم تحقق من صحة الحل.

أ) $ت + ٣ > ١٢$ **ب)** $ن + \frac{١}{٢} \leq ٤$ **جـ)** $ص - ١,٥ < ٢$

خصائص المتباينة (الضرب والقسمة)

مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: عند ضرب (أو قسمة) طرفي متباينة في عدد موجب، فإنها تبقى صحيحة.

الرموز: لأيِّ ثلاثة أعداد أ، ب، جـ، حيث جـ > ٠ :

- إذا كان $أ < ب$، فإن $أ جـ < ب جـ$، $\frac{أ}{جـ} < \frac{ب}{جـ}$
- إذا كان $أ > ب$، فإن $أ جـ > ب جـ$، $\frac{أ}{جـ} > \frac{ب}{جـ}$

الأمثلة:

$٨ > ٥$

$(٨) ٤ > (٥) ٤$

$٣٢ > ٢٠$ ✓

$٢ > -١٠$

$\frac{٢}{٢} > \frac{-١٠}{٢}$

$١ > -٥$ ✓

مثالان

حلّ المتباينات بالقسمة والضرب

حُلَّ المتباينات الآتية، ومثّل الحل بيانيًّا:

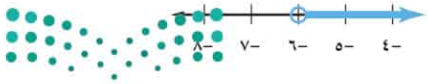
٣ $٧ي > -٤٢$

$٧ي > -٤٢$ اكتب المتباينة

$\frac{٧ي}{٧} > \frac{-٤٢}{٧}$ اقسم الطرفين على ٧

$ي > -٦$ بسّط

إذن الحل هو : $ي > -٦$



وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

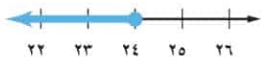
٤ $\frac{١}{٣}$ س ≥ ٨

$\frac{١}{٣}$ س ≥ ٨ اكتب المتباينة

٣ ($\frac{١}{٣}$ س) ≥ ٣ (٨) اضرب الطرفين في ٣

س ≥ ٢٤ بسّط

إذن، الحل هو س ≥ ٢٤



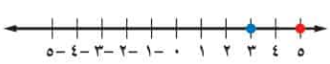
تحقّق من فهمك:

حُلَّ المتباينات الآتية، ومثّل الحل بيانيًّا:

د) ٣أ ≤ ٤٥ هـ) $\frac{ن}{٤}$ > -١٦ و) ٨١ ≥ ٩ب

ماذا يحدث للمتباينة إذا ضُرب طرفاها أو قُسما على عدد سالب؟

مثّل ٣، ٥ على خط الأعداد:



بما أن ٣ إلى يسار ٥، فإن ٣ < ٥

اضرب كل عدد في -١:

بما أن -٣ إلى يمين -٥، فإن -٣ > -٥

لاحظ أن الأعداد التي تم مقارنتها قد تغيَّرت مواقعها بعد ضربها في عدد سالب؛ أي أن ترتيبها قد انعكس. وتبيِّن هذه الأمثلة الخصائص الآتية للمتباينة، وهي صحيحة عندما أ≤ب، أ≥ب:

خصائص المتباينة (الضرب والقسمة)

مفهومٌ أساسيٌّ

التعبير اللفظي: عند ضرب (أو قسمة) طرفي متباينة في عدد سالب، فإن إشارة المتباينة تتغيَّر حتى تبقى صحيحة.

الرموز: لأيِّ ثلاثة أعداد أ، ب، جـ، حيث جـ < ٠:

- إذا كان أ < ب، فإن أ جـ < ب جـ، $\frac{أ}{جـ} > \frac{ب}{جـ}$
- إذا كان أ > ب، فإن أ جـ > ب جـ، $\frac{أ}{جـ} < \frac{ب}{جـ}$

الأمثلة:

٥ < ٨ -٣ > ٩

-١ (٨) > -١ (٥) اعكس إشارة المتباينة $\frac{-٣}{-٣} < \frac{٩}{-٣}$

-٨ > -٥ ✓ ١ < -٣ ✓

إرشادات للدراسة

خطأ شائع

لا تعكس إشارة المتباينة لأنها تشتمل على إشارة سالب مثل ٧س > -٤٢، بل اعكسها فقط عند ضرب المتباينة أو قسمتها على عدد سالب.

مثـالان الضرب أو القسمة على أعداد سالبة

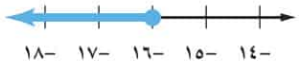
حُلَّ المتباينتين الآتيتين، ومثِّل الحل بيانيًّا:

٥ $\frac{أ}{-٢} \geq ٨$

$\frac{أ}{-٢} \leq ٨$ اكتب المتباينة.

$-٢(\frac{أ}{-٢}) \geq -٢(٨)$ اضرب في (−٢)، واعكس إشارة المتباينة.

$أ \geq -١٦$ تحقق .



٦ $-٢٤ > -٦ن$

$-٢٤ > -٦ن$ اكتب المتباينة.

$\frac{-٢٤}{-٦} < \frac{-٦ن}{-٦}$ اقسم على (−٦)، واعكس إشارة المتباينة.

$ن < ٤$ تحقق .

تحقّق من فهمك:

حُلَّ المتباينات الآتية، ومثِّل الحل بيانيًّا:

ز) $\frac{جـ}{-٧} > -١٤$ ح) $-٥د \leq ٣٠$ ط) $\frac{و}{-٨} \geq -٣$

تأكّـد

حُلَّ كلَّ متباينة، ومثّل الحل بيانيًّا، ثم تحقق من صحة الحل:

المثالان ١، ٢

١) $ب + ٥ > ٩$

٢) $١٢ + ن \geq ٤$

المثالان ٣، ٤

٣) $س - ٤ > ١٠$

٤) $٣س < ١٢$

٥) $\frac{٣}{٤} < \frac{٧}{٩} ص$

٦) $\frac{هـ}{٤} \leq -٦$

المثالان ٥، ٦

٧) $-٤ص > ٣٢$

٨) $-٥٦ \geq -٧جـ$

٩) $\frac{هـ}{-٢} > -٧$

تـدرّب وحلّ المسائل

حُلَّ كلَّ متباينة، ومثّل الحل بيانيًّا، ثم تحقق من صحة الحل:

١٠) $٥ + س \geq ١٨$

١١) $١٠ + ن \leq -٢$

١٢) $هـ + ٠,٨ \geq -٠,٥$

١٣) $أ - ٣ \geq ٥$

١٤) $ب - ٤,٨ < -٦$

١٥) $د - \frac{٢}{٣} \geq \frac{١}{٢}$

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١١-١٦	١، ٢
١٧-٢١	٣، ٤
٢٢-٢٨	٥، ٦

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

١٦ ٥س < ١٥

١٧ ٩ن ≥ ٤٥

١٨ ١٤ك ≤ -٨٤

١٩ -١٢ < ٣جـ

٢٠ -١٠٠ ≥ ٥٠ب

٢١ ٢ص < -٢٢

٢٢ -٤و ≤ ٢٠

٢٣ -٣ر > ٩

٢٤ -٧٢ > -١٢هـ

٢٥ $\frac{ف}{-٤}$ < ٤

٢٦ $\frac{م}{-٢}$ > -٧

٢٧ $\frac{-١}{٢}$ ك > -١٠

اكتب متباينة لكل مما يأتي وحلّها:

٢٨ أكبر من عدد ما بخمسة يساوي على الأقل ١٣

٢٩ الفرق بين عدد ما والعدد ١١، أصغر من ٨

٣٠ ناتج قسمة عدد ما على - ٥، وإضافة أربعة إليه يساوي ٧ على الأكثر.

٣١ ناتج قسمة عدد ما على ٣، وطرح اثنين منه يساوي - ١٢ على الأقل.

٣٢ **كرة سلة:** يبلغ عماد من العمر ١٥ سنة، ويفكّر في الانضمام إلى فريق كرة السلة الممتاز. اكتب متباينة وحلّها لتحديد بعد كم سنة يمكنه الانضمام إلى الفريق.

٣٣ **عمل:** يتقاضى سالم ٦٢,٥ ريالًا عن كل ساعة عمل، ويرغب في ادّخار مبلغ يكفي لشراء طاولة ثمنها ٥٠٠ ريالٍ. اكتب متباينة وحلّها لإيجاد عدد الساعات التي يجب عليه أن يعملها حتى يتمكن من شراء الطاولة.

مسائل
مهارات التفكير العليا

تحدٍّ: بيّن ما إذا كانت كل معادلة أو متباينة فيما يأتي لها حل واحد، أو أكثر، أو ليس لها حل:

٣٤ ص - ص = ٠ ٣٥ س + ٤ = ٩ ٣٦ س + ٤ < ٩ ٣٧ ص > ص + ١

٣٨ **مسألة مفتوحة:** اكتب متباينتين مختلفتين، على أن يكون حل كل منهما س < ٩، بحيث تُحلّ إحداهما باستعمال خصائص الجمع، وتُحل الأخرى باستعمال خصائص الطرح.

٣٩ **اكتشف الخطأ:** حلّت كلٌّ من أسماء وسميّة المتباينة أدناه، فأيُّهما على صواب؟ اشرح.

أسماء	سميّة
٧س ≥ -٤٩	٧س ≥ -٤٩
$\frac{٧س}{٧} \leq \frac{-٤٩}{٧}$	$\frac{٧س}{٧} \geq \frac{-٤٩}{٧}$
س ≤ -٧	س ≥ -٧

٤٠ **اكتب** مسألة لفظية يكون حلها: ص < ٢٠٠

تدريب على اختبار

٤١ **إجابة قصيرة:** مع أسامة ١٨٠ ريالًا، إذا اشترى قميصًا رياضيًّا بـ ٥٥ ريالًا، فاكتب متباينة تمثل كم بقي مع أسامة من النقود يمكنه صرفها في شراء باقي الملابس الرياضية.

٤٢ إذا كانت س + ٤ > ٣١، فإن س يمكن أن تكون أيًّا من القيم الآتية:

أ) ٤٥ جـ) ١٧

ب) ١٨ د) ١٦

مراجعة تراكمية

اكتب متباينةً لكل جملة مما يأتي: (الدرس ٩ - ٦)

٤٣ **سرعة:** قد تصل سرعة الفهد إلى ١٤٠ كيلومترًا في الساعة.

٤٤ **خبرة:** مطلوب موظف استقبال بخبرة لا تقل عن ثلاث سنوات.

بيّن ما إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة عند القيمة المعطاة: (الدرس ٩ - ٦)

٤٥ ١٨ - ن > ٤، ن = ١١

٤٦ ١٣ + س > ٢١، س = ٨

٤٧ ٣٤ > ٥ك، ك = ٧

٤٨ **قياس:** رُتِّبت ثلاثة صناديق متشابهة أحدها فوق الآخر، إذا كانت أبعاد كل صندوق منها هو: ١٢ بوصةً × ١٠ بوصاتٍ × ١٣ بوصةً، فما حجم المجسَّم الناتج؟ (الدرس ٨ - ٤)

٤٩ **تذاكر:** إذا كان ثمن التذكرة للعب أي لعبة في مدينة ألعاب هو ٦ ريالاتٍ، و٣ ريالاتٍ للأعضاء الذين يدفعون اشتراكًا قدره ٣٠ ريالًا شهريًّا، فاكتب معادلة وحلها؛ لإيجاد كم تذكرة للأعضاء المشتركين يجب شراؤها، بحيث يكون ثمنها مساويًا ثمن العدد نفسه من التذاكر العادية.

٥٠ **صحة:** اكتب متباينة تمثِّل الجملة: "تزيد عدد دقات قلبك على ١٠٠٠٠٠ مرة في اليوم". (الدرس ٩ - ٦)

٥١ **تأجير سيارات:** يقدم محل لتأجير السيارات عرضين لزبائنه، يتضمن الأول أجرة يومية مقدارها ٦٠ ريالًا مضافًا إليها ٠,٤ ريال عن كل كيلومتر تقطعه السيارة، والثاني ٤٠ ريالًا مضافًا إليها ٠,٦ ريال عن كل كيلومتر. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد الكيلومترات التي تتساوَى عندها قيمتا العرضين في اليوم الواحد. (الدرس ٩ - ٤)

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

الفصل ٩

اختبار الفصل

استعمل خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل مقدار مما يأتي:

١ $-٧(س - ١٠)$

٢ $٨(٢ص + ٥)$

بسّط كل مقدار مما يأتي:

٣ $٩أ - أ + ١٥ - ١٠أ - ٦$

٤ $٢س + ١٧س$

حُلَّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

٥ $٣ن + ١٨ = ٦$

٦ $\frac{ك}{٢} - ١١ = ٥$

٧ $-٢٣ = ٣ب + ٥ + ب$

٨ $٤س - ٦ = ٥س$

٩ $-٣أ - ٢ = ٢أ + ٣$

١٠ $-٢ص + ٥ = ص - ١$

١١ **تزلّج:** يتقاضى مركز للتزلج ٦ ريالات عن كل مرة دخول، ويبلغ الاشتراك للأعضاء ٢٤ ريالًا تُدفع مرة واحدة، بالإضافة إلى ريالين عن كل مرة دخول. اكتب معادلة، وحلها لإيجاد عدد المرات التي يمكنك الدخول فيها، على أن تكون التكلفة متساوية سواء بصورة فردية أو باشتراك عضوية؟

حوّل كل جملة مما يأتي إلى معادلة:

١٢ يزيد على مثليْ عدد بمقدار ثلاثة ويساوي ١٥

١٣ ناتج قسمة عدد على ٦، وإضافة ٣ إليه يساوي ١١

١٤ ناتج ضرب عدد في ٥، وطرح ٧ منه يساوي ١٨

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

١٥ $س + ٥ = ٤س + ٢٦$

١٦ $٣د = ١٨ - ٣د$

١٧ $-٢ص + ١٥ = ٤٥ - ٨ص$

١٨ **اختيار من متعدد:** في المتباينة:
$٣س + ٥٠٠٠$ ريال ≥ ٨٠٠٠٠ ريال، تشير س إلى أجرة أحد العاملين، فأيُّ الجمل الآتية أكثر ملاءمة لوصف أجرة العامل؟

أ) أقل من ٢٥٠٠٠ ريالٍ

ب) أكبر من ٢٥٠٠٠ ريالٍ

جـ) ٢٥٠٠٠ ريالٍ على الأقل

د) ٢٥٠٠٠ ريالٍ على الأكثر

للسؤالين ١٩، ٢٠ اكتب متباينة، ومثّلها بيانيًّا على خط الأعداد.

١٩ **حواسيب:** يتسع قرص مدمج إلى ٤,٧ جيجابايت من البيانات على الأكثر.

٢٠ **ألعاب:** يجب أن تحصل على عدد من النقاط يزيد على ٥٥٤٠٠ نقطة، حتى تحطم الرقم السابق.

حُلَّ كلَّ متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

٢١ $\frac{جـ}{٩} > -٤$

٢٢ $-٢هـ + ١٥ < ٤٥$

٢٣ **اختيار من متعدد:** يبلغ محيط المستطيل المرسوم ٤٤ سنتمترًا، فما مساحة المستطيل؟

أ) ٢٢ سم^٢

جـ) ٣٩٢ سم^٢

ب) ١٢٠ سم^٢

د) ٤٤٠ سم^٢

الفصل ٩

الاختبار التراكمي (٩)

القسم ١ اختيار من متعدد

اختر الاجابة الصحيحة

١ ما الخاصية المُستعملة في العبارة الآتية:
٥(س − ٢) = ٥س − ١٠؟

أ) خاصية التجميع على الجمع
ب) خاصية الإبدال على الجمع
جـ) خاصية التوزيع
د) خاصية الانعكاس

٢ يعبئ مزارع الطماطم في صناديق، كتلة كل صندوق ٤ , ٠ كجم، ومعدّل كتلة حبة الطماطم الواحدة ٢ , ٠ كجم، وكتلة الصندوق الكلية وهو مملوء بالطماطم ١٠ كجم، ما عدد الحبات التي يمكن وضعها في الصندوق الواحد؟

أ) ٥٠ جـ) ٢٥
ب) ٤٨ د) ١٦,٧

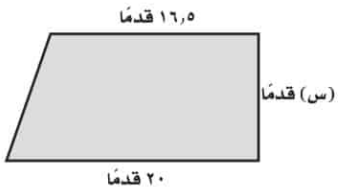
٣ المعادلة التي تمثِّل الجملة: "أقل من أربعة أمثال عدد ما بمقدار ٩ يساوي −١٢"هي:

أ) ٤ ن − ٩ = −١٢
ب) ٩ − ٤ ن = −١٢
جـ) ٤ ن − (−١٢) = ٩
د) ٩ − ٤ ن = ٤ ن

٤ ما المتباينة التي يمثلِّها الشكل أدناه؟

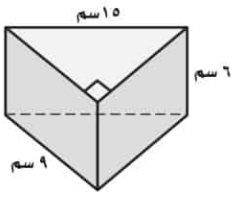
أ) س < −١
ب) س ≥ −١
جـ) س > −١
د) س ≤ −١

٥ ما قيمة س الممكنة، إذا كانت مساحة شبه المنحرف في الشكل أدناه أقل من ٢٥٦ قدمًا مربعةً؟



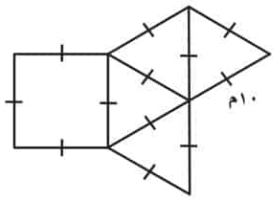
أ) ١٤
ب) ١٥
جـ) ١٦
د) ١٧

٦ ما حجم المنشور المجاور؟



أ) ٨١٠ سم^٣
ب) ٤٠٥ سم^٣
جـ) ٦٤٨ سم^٣
د) ٣٢٤ سم^٣

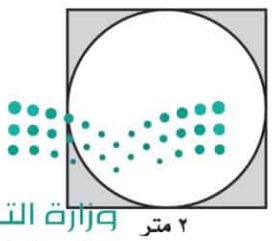
٧ يمثِّل الشكل أدناه مخططًا لهرم منتظم، فما مساحة الهرم الكلية؟



أ) ١٢٠ م^٢ جـ) ٢٧٣ م^٢
ب) ٢٠٠ م^٢ د) ٤٣٣ م^٢

٨ لوح خشبي مربع الشكل طول ضلعه متران، إذا قصَّ نجار دائرةً منه كما هو مبيَّن في الشكل أدناه، فما مساحة الجزء المتبقي؟

(إرشاد: مساحة الدائرة: ط نق^٢، ط ≈ ٣,١٤)



أ) ٨,٥٦
ب) ٠,٨٦
جـ) ٢,٢٨
د) ٣,١٤

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

٩ منشور مستطيلي (متوازي مستطيلات)، طوله ٥,٧ سم، وعرضه ٤,١ سم، وحجمه ٨٦,٤ سم^{٣}، فما ارتفاعه؟

(قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة)

أ) ١,٠ جـ) ٤٦٢,٩

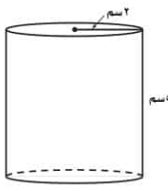
ب) ٨,٢ د) ٩٠٧,٢

١٠ أيّ العبارات الآتية يكافئ ٢ أ ب + ٤ أ جـ؟

أ) ٦ أ ب جـ جـ) ٢ أ (ب + جـ)

ب) أ ب + أ جـ د) ٢ أ (ب + ٢ جـ)

١١ ما مساحة المُلصق الورقي اللازم لتغطية السطح الجانبي للأسطوانة الموضحة إلى أقرب سنتمتر مربع؟



أ) ٣١ سم^{٢} جـ) ٦٢ سم^{٢}

ب) ٦٣ سم^{٢} د) ٧٢ سم^{٢}

١٢ حل المعادلة: −٥ س − ٤ = −٣٤ هو:

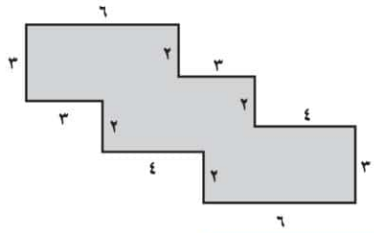
أ) −٧ جـ) ٦

ب) −٦ د) ٧

القسم ٢ الإجابة القصيرة

أجب عن السؤالين الآتيين:

١٣ إذا علمت أن جميع الزوايا في الشكل أدناه قوائم، فما مساحته بالوحدات المربعة؟



١٤ مجموع كتلة خمسة أشخاص هو ٥٠٠ كجم، إذا تساوت كتلتَي شخصين منهم، وكانت كتل الأشخاص الثلاثة الآخرين هي: ٨٢ كجم، ٩٦ كجم، ١١٠ كجم، فاكتب متباينة وحلّها لإيجاد الكتلة الممكنة لكلٍّ من الشخصين.

القسم ٣ الإجابة المطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحًا خطوات الحل:

١٥ يرغب كلٌّ من إبراهيم ومحمد في المشاركة في رحلة، فإذا كان لدى إبراهيم ١٠ ريالات ويدّخر ٧ ريالات أسبوعيًّا من مصروفه، في حين أن محمدًا يدّخر ١٢ ريالًا أسبوعيًّا، فأجب عما يأتي:

أ) اكتب معادلة لإيجاد عدد الأسابيع التي يصبح عندها لدى كلٍّ منهما المبلغ نفسه.

ب) أوجد عدد هذه الأسابيع.

أتدرب

من خلال الإجابة عن الأسئلة؛ حتى أعزّز ما تعلمته من مفاهيم وما اكتسبته من مهارات.

أنا طالبٌ معدٌّ للحياةِ، ومنافسٌ عالميًّا.

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟															
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
فراجع الدرس	١-٩	٢-٩	٣-٩	٦-٩	٧-٩	٤-٨	٧-٨	١-٨	٤-٨	١-٩	٦-٨	٢-٩	١-٨	٧-٩	٤-٩

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

الفصل ١٠

الجبر: الدوال الخطية

الفكرة العامّة

- أفهم الميل لأمثّل المسائل، وأحلّلها وأحلّها.
- أستعمل الأسس والقوى والجذور.

المفردات الرئيسة:

الدالّة الخطّيّة ص (١٠٩)

الميل ص (١١٥)

ثابت التغير ص (١٢١)

الربط بالحياة:

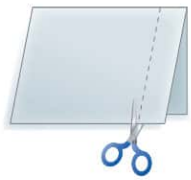
القطار الدوّار: يقطع قطار دوّار في مدينة الألعاب مسافة ٢٨٠,٥ مترًا في ١٠٨ ثوانٍ. ويمكنك استعمال الدالّة الخطّيّة ٢٨٠,٥ = ١٠٨ت لإيجاد معدل سرعة هذا القطار.

المَطْوِيّاتُ
مُنَظِّمُ أَفْكار

الجبر: الدوال الخطية: اعمل هذه المطويّة الآتية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك.

ابدأ بسبع أوراق A4 كما يأتي:

١ **اطوِ** الورقة من المنتصف عرضيًّا، ثم قصّ شريطًا على مسافة ٢ سم من الحافة اليمنى.



٢ **ألصق** الشريط الذي قصصته من الأسفل، واكتب عنوان الفصل على الوجه الأمامي.

٣ **كرّر** ذلك مع باقي الأوراق. وثبّتها معًا لتشكّل كتيبًا، واكتب عليها عناوين الدروس.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي:

انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

مثّل كل نقطة مما يأتي على المستوى الإحداثي: (مهارة سابقة)

١ أ(−٣، −٤)

٢ ب(٢، −١)

٣ جـ(٠، −٢)

٤ د(−٤، ٣)

٥ **مشي:** سار محمد ٤ كلم جنوبًا و ٢كلم غربًا، ثم توقّف. فإذا كانت نقطة بداية سيره هي نقطة الأصل، فمثّل النقطة التي تمثّل مكان وقوفه. (مهارة سابقة)

احسب قيمة كل عبارة ممّا يأتي عندما س = ٦: (مهارة سابقة)

٦ ٣ س

٧ ٥ + س

٨ ٢ س + ٨

٩ ٤ س − ٩

١٠ **ربح:** يمثل المقدار ٤٨ س − ٨٧٥ الربح الأسبوعي لشركة ما بآلاف الريالات، حيث تمثّل س عدد الوحدات المبيعة. أوجد الربح الأسبوعي للشركة إذا باعت ٣٧ وحدة. (مهارة سابقة)

حُلّ كل معادلة فيما يأتي: (مهارة سابقة)

١١ ١٤ = ن + ٩

١٢ ع − ٣ = ٨

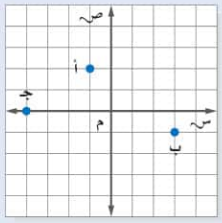
١٣ −١٧ = ب − ٢١

١٤ ٢٣ + ر = ١٥

مراجعة سريعة

مثال ١:

مثّل النقاط أ(−١، ٢)، ب (٣، −١)، جـ(−٤، ٠) على المستوى الإحداثي.



مبتدئًا من نقطة الأصل.
العدد الأول في كل زوج مرتب هو الإحداثي السيني، والعدد الثاني هو الإحداثي الصادي.

مثال ٢:

احسب قيمة ٦س − ١ إذا كانت س = ٤.

٦ س − ١ = ٦ (٤) − ١ — عوض عن س بـ ٤

= ٢٤ − ١ — اضرب ٦ في ٤

= ٢٣ — بسط

مثال ٣:

حُلَّ المعادلة: ١٨ + م = ٧.

١٨ + م = ٧ — اكتب المعادلة

−١٨ = −١٨ — اطرح ١٨ من كل طرف بسط

م = −١١

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

١٠-١ المتتابعات

فكرة الدرس:
أحدد المتتابعات الحسابية.
أكتب عبارة جبرية لأجد حدود المتتابعة الحسابية .

المفردات
المتتابعة
الحد
المتتابعة الحسابية
أساس المتتابعة
الحد النوني

نَشاطٌ

تأمل النمط الآتي:

عدد المثلثات	مثلث واحد	مثلثان	٣ مثلثات
عدد العيدان	٣عيدان	٥ عيدان	٧ عيدان

١ أكمل النمط لـ ٤، ٥ ، ٦ مثلثات. كم عودًا تحتاج إليه في كل حالة؟

٢ كم عودًا إضافيًّا تحتاج إليه لتكوين ٤ مثلثات؟ وما العدد الكلي للعيدان المطلوبة لتكوين ٧ مثلثات؟

عدد العيدان في النمط السابق تشكّل متتابعة. **والمتتابعة**: مجموعة مرتبة من الأعداد، ويُسمى كل عدد فيها **حدًّا**. **والمتتابعة الحسابية**: هي متتابعة يكون الفرق بين أي حدين متتاليين فيها ثابتًا.

٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ....
+٢ +٢ +٢ +٢

ويسمى الفرق **أساس المتتابعة**

لإيجاد العدد التالي في المتتابعة الحسابية أضف أساس المتتابعة إلى الحد الأخير.

مثـــال تحديد المتتابعات الحسابية

١ بيّن إذا كانت المتتابعة: ١٧، ١٢، ٧، ٢، −٣، .... حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها، والحدود الثلاثة التالية.

١٧، ١٢، ٧، ٢، −٣
−٥ −٥ −٥ −٥

لاحظ أن ١٢ − ١٧ = −٥، ٧ − ١٢ = −٥ وهكذا.

بما أن الفرق بين كل حدين متتاليين ثابت ويساوي −٥؛ لذا فالمتتابعة حسابية أساسها −٥. أكمل النمط لإيجاد الحدود الثلاثة التالية.

−٣، −٨، −١٣، −١٨
−٥ −٥ −٥

فتكون الحدود الثلاثة التالية هي: −٨، −١٣، −١٨.

تحقّق من فهمك:

بيّن إذا كانت المتتابعة في كل مما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية.

أ) ٢، ٦، ١٠، ١٤، ١٨، ...

ب) −٤، −٨، −١٦، −٣٢، ...

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

ويمكن كتابة المتتابعة باستعمال **حدها النوني**، الذي يربط بين رقم الحد وقيمته.

مثـــال تحديد المتتابعة الحسابية باستعمال الحد النوني

٢ بيّن ما إذا كانت المتتابعة التي حدها النوني ٤ن − ١ حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها.

بكتابة بعض حدود المتتابعة من خلال التعويض بدلًا عن ن في الحد النوني بأعداد تمثل رقم الحد ينتج:

عندما ن = ١ ، الحد الأول يساوي ٤(١) − ١ = ٣

+٤

عندما ن = ٢ ، الحد الثاني يساوي ٤(٢) − ١ = ٧

+٤

عندما ن = ٣ ، الحد الثالث يساوي ٤(٣) − ١ = ١١

+٤

عندما ن = ٤ ، الحد الرابع يساوي ٤(٤) − ١ = ١٥

لاحظ أن: ٧−٣ = ٤، ١١ − ٧ = ٤، ١٥ − ١١ = ٤، وهكذا

وبما أن الفرق بين كل حدين متتاليين ثابت ويساوي ٤ فالمتتابعة حسابية أساسها ٤ .

تحقّق من فهمك:

بيّن ما إذا كانت المتتابعة في كل مما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها.

جـ) ٦ − ن **د)** ن^{٢} + ١ **هـ)** ٢ن + ١

ويمكن إيجاد الحد النوني للمتتابعة الحسابية إذا علمت بعض حدودها.

مثـــال إيجاد الحد النوني للمتتابعة الحسابية

٣ اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني لمتتابعة محيطات المربعات: ٤، ٨، ١٢، ١٦، ... ثم اكتب الحدود الثلاثة التالية.

لغة الرياضيات

وهكذا: تقرأ النقاط الثلاث التي تلي مجموعة أعداد " وهكذا".

استعمل الجدول المجاور لتعرّف المتتابعة.

+١ +١ +١

رقم الحد (ن)	١	٢	٣	٤
المحيط	٤	٨	١٢	١٦

+٤ +٤ +٤

الفرق الثابت (أساس المتتابعة) يساوي ٤.

وكل حد يساوي ٤ أمثال رقم الحد،

فتكون العبارة التي يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني هي: ٤ن.

وتكون الحدود الثلاثة التالية: ٤(٥) = ٢٠، ٤(٦) = ٢٤، ٤(٧) = ٢٨.

تحقّق من فهمك:

اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني في كل متتابعة فيما يأتي ، ثم أوجد الحدود الثلاثة التالية:

و) −٢، −٤، −٦، −٨، ... **ز)** $\frac{١}{٦}$، $\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٢}$، $\frac{٢}{٣}$، ...

ح) ٥,٠، ١,٥، ٢، ...

مثالٌ من واقع الحياة

الربط بالحياة:

سجلت إحدى شركات الهاتف النقال في المملكة العربية السعودية حوالي ٥٠ مليون رسالة تهنئة في الساعة الأولى من إعلان عيد الفطر المبارك لعام ١٤٣٠هـ، أي بمعدل ١٥٠٠٠ رسالة في الثانية.

٤ رسالة نصية: يبين الجدول الآتي تكلفة إرسال رسائل نصية في عرض مقدم من إحدى شركات النقال. فكم يكلف إرسال ٦٠ رسالة نصية؟

الرسائل	التكلفة (ريال)
٥١	١٥,١٠
٥٢	١٥,٢٠
٥٣	١٥,٣٠
٥٤	١٥,٤٠

+١ ، +٠,١٠

بما أن الفرق الثابت في التكلفة هو ٠,١٠ فإن الزيادة في تكلفة إرسال ن رسالة نصية هي ٠,١٠ ن. قارن كل تكلفة بالقيمة ٠,١٠ ن لكل عدد من الرسائل.

الرسائل	التكلفة (ريال)	٠,١٠ ن
٥١	١٥,١٠	٥,١٠
٥٢	١٥,٢٠	٥,٢٠
٥٣	١٥,٣٠	٥,٣٠
٥٤	١٥,٤٠	٥,٤٠

تكلفة كل رسالة تزيد بـ ١٠ ريالات على ٠,١٠ ن؛ لذا فالعبارة ٠,١٠ ن + ١٠ هو تكلفة ن رسالة نصية. ولإيجاد تكلفة إرسال ٦٠ رسالة. استعمل الرمز ت للتعبير عن التكلفة. ثم اكتب المعادلة وحُلّها عندما ن = ٦٠.

ت = ٠,١٠ ن + ١٠ — اكتب المعادلة.

ت = ٠,١٠ (٦٠) + ١٠ — عوّض ٦٠.

ت = ٦ + ١٠ = ١٦ — بسّط.

سيكلف إرسال ٦٠ رسالة نصية ١٦ ريالًا.

تحقّق من فهمك: اكتب عبارة لإيجاد الحد النوني في كل متتابعة حسابية، ثم استعملها لإيجاد قيمة الحد عند ن المعطاة.

ط) ٤، ٩، ١٤، ١٩، ... ؛ ن = ١٢ **ي)** −٢٠، −١٦، −١٢، −٨، ... ؛ ن = ٢٠

مثالٌ من اختبار

٥ ما العبارة التي تمثل الحد النوني في المتتابعة الحسابية الموضحة في الجدول الآتي؟

الترتيب	١	٢	٣	٤	ن
قيمة الحد	٣	٥	٧	٩	؟

أ) ن + ٢ **ب)** ٢ن **جـ)** ٢ن + ١ **د)** ٣ن

اقرأ:

تحتاج إلى إيجاد عبارة لوصف حدود المتتابعة.

حل:

الفرق الثابت بين الحدود (الأساس) هو ٢ لكل زيادة واحدة في الترتيب؛ لذا فالعبارة تحتوي ٢ن.

- احذف البديلين أ، د؛ لأنهما لا يحتويان ٢ن.
- احذف البديل ب؛ لأن ٢(١) ≠ ٣.
- بما أن العبارة في البديل جـ صحيحة لكل الحدود المدرجة؛ لذا فالجواب الصحيح هو (جـ).

إرشادات للاختبارات

احذف البدائل

أولًا: اختبر ن = ١ لكل عبارة.

بما أن ٢(١) ≠ ٣ فالبديل ب محذوف.

ثانيًا: اختبر ن = ٢. بما أن ٢ + ٢ ≠ ٥ و٣(٢) ≠ ٥ فالبديلان أ، د محذوفان؛ لذا فإن الإجابة الصحيحة هي البديل جـ.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

تحقّق من فهمك:

ك) لتكن ن تمثل موقع العدد في المتتابعة $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، ١ ، ... ، أي عبارة يمكن استعمالها لإيجاد حدود المتتابعة؟

أ) ن + $\frac{١}{٤}$ ب) ٢ن جـ) $\frac{١}{٤}$ ن د) ٤ن

تأكّـد

المثال ١ بيِّن ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها، والحدود الثلاثة التالية فيها:

١) ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ... ٢) ١١، ٤، -٢، -٧، -١١، ... ٣) ٨، ٢، -٤، -١٠، -١٦، ...

المثال ٢ بيِّن ما إذا كانت المتتابعة في كل مما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها.

٤) ٣ن + ٤ ٥) $٢^{ن}$ ٦) ٧ - ٢ن

المثال ٣ اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني لكل متتابعة فيما يأتي، ثم أوجد الحدود الثلاثة التالية فيها:

٧) ٣، ٦، ٩، ١٢، ... ٨) -٥، -١٠، -١٥، -٢٠، ... ٩) $\frac{١}{١٠}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٣}{١٠}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، ...

المثال ٤ اكتب عبارة لإيجاد الحد النوني في كل متتابعة حسابية، واستعملها لإيجاد قيمة الحد عند ن المعطاة.

١٠) ٢٥، ٢٣، ٢١، ١٩، ...؛ ن = ٨ ١١) ٣، ١٠، ١٧، ٢٤، ...؛ ن = ٢٥

المثال ٥ ١٢) **اختيار من متعدد:** ما العبارة التي تمثل الحد النوني في المتتابعة الآتية؟

الترتيب	١	٢	٣	٤	٥	ن
قيمة الحد	٦	٧	٨	٩	١٠	؟

أ) ن + ١ ب) ن + ٥ جـ) ٢ن د) ٦ن

تدرَّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٣-١٨	١
١٩-٢٢	٢
٢٣-٢٨	٣
٢٩-٣٤	٤
٤١، ٤٢	٥

بيِّن ما إذا كانت كل متتابعة حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها، والحدود الثلاثة التالية فيها:

١٣) ٢٠، ٢٤، ٢٨، ٣٢، ٣٦، ... ١٤) ١، ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، ١٠٠٠٠، ...

١٥) ١٨٩، ٦٣، ٢١، ٧، $\frac{١}{٣}$ ، ٢، ... ١٦) -٦، -٤، -٢، ٠، ٢، ...

١٧) ١، ٢، ٥، ١٠، ١٧، ... ١٨) ٤، $\frac{١}{٢}$ ٦، ٩، $\frac{١}{٢}$ ١١، ١٤، ...

بيِّن ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها.

١٩) ٦ن - ٣ ٢٠) $ن^{٣}$

٢١) $\frac{١}{ن}$ ٢٢) ٩ - ٣ن

اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني لكل متتابعة فيما يأتي، ثم اكتب الحدود الثلاثة التالية فيها:

٢٣) ٢، ٤، ٦، ٨، ...

٢٤) ١٢، ٢٤، ٣٦، ٤٨، ...

٢٥) $\frac{١}{٣}$، $\frac{٢}{٣}$، ١، $١\frac{١}{٣}$، ...

٢٦) $\frac{٢}{٥}$، $\frac{٤}{٥}$، ١، $١\frac{١}{٥}$، $١\frac{٣}{٥}$، ...

٢٧) ٥، ٩، ١٣، ١٧، ...

٢٨) ١، ٤، ٧، ١٠، ...

اكتب عبارة لإيجاد الحد النوني في كل متتابعة حسابية فيما يأتي، واستعملها لإيجاد قيمة الحد عند ن المعطاة:

٢٩) ٣، ٧، ١١، ١٥، ... ؛ ن = ٨

٣٠) ٢٣، ٢٥، ٢٧، ٢٩، ... ؛ ن = ١٢

٣١) ١٠، ٥، ٠، −٥، ... ؛ ن = ٢١

٣٢) ٢٧، ١٩، ١١، ٣، ... ؛ ن = ١٧

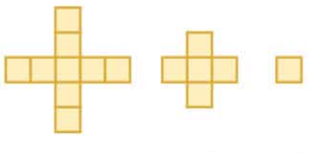
رياضة : للسؤالين ٣٣، ٣٤ استعمل الجدول المجاور.

الأسبوع	زمن المشي يوميًّا (دقيقة)
١	٨
٢	١٦
٣	٢٤
٤	٣٢
٥	؟

٣٣) إذا أكمل عادل النمط المبين في الجدول، فكم دقيقة سيمشي يوميًّا خلال الأسبوع الخامس؟

٣٤) هل يتناسب وقت مشي عادل مع عدد الأسابيع التي مشى فيها؟ فسِّر إجابتك.

هندسة : للسؤالين ٣٥، ٣٦ استعمل الشكل المجاور.



٣٥) كم مربعًا سيكون في الشكل رقم ١٨؟

٣٦) هل يتناسب عدد المربعات في كل شكل مع رقم الشكل؟ فسِّر إجابتك.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٣٧) **مسألة مفتوحة :** اكتب متتابعة حسابية يكون أساسها $-\frac{١}{٣}$.

٣٨) **تبرير :** بَيِّن فيما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائمًا أو أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا. فسِّر إجابتك.

«المتتابعة التي يضاف فيها عدد إلى أيّ حدٍّ للحصول على الحد الذي يليه هي متتابعة حسابية».

٣٩) **تحدّ :** اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني للمتتابعة الموضحة في الجدول المجاور.

الترتيب	١	٣	٥	٧
قيمة الحد	٨	١٤	٢٠	٢٦

٤٠) **اكتب** مسألة من الواقع تمثل متتابعة حسابية، ثم حُلّها.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

تدريب على اختبار

٤١ ما العبارة التي تمثل الحد النوني في المتتابعة المبيّنة في الجدول الآتي؟

الترتيب	قيمة الحد
١	٠,٦
٢	١,٢
٣	١,٨
٤	٢,٤
٥	٣,٠
ن	؟

أ) ن − ٠,٤ جـ) $\frac{٣}{٥}$ ن

ب) $\frac{ن}{٥}$ د) ن + ٠,٦

٤٢ **اختيار من متعدد:** تصف العبارة −١٢ − ٤(ن − ١) نمطًا عدديًّا، فإذا كانت ن تمثل الحد ن في المتتابعة، فأي أنماط الأعداد التالية تصفها العبارة؟

أ) −١٢، −١٦، −٢٠، −٢٤، ...

ب) −١٢، −٨، −٤، ٠، ...

جـ) ١٢، ٨، ٤، ٠، ...

د) ١٢، ١٦، ٢٠، ٢٤، ...

مراجعة تراكمية

٤٣ **هواتف:** يتقاضى سعود ٥٢,٥ ريالًا يوميًّا، ويريد شراء هاتف ثمنه ٤٢٠ ريالًا من النقود التي يكسبها من عمله، اكتب متباينة وحلها لإيجاد عدد الأيام التي سيعملها ليستطيع شراء الهاتف. (الدرس ٩ - ٧)

حُلَّ كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٩ - ٧)

٤٤ ٦س ≥ ٣٦

٤٥ ٥ + ن ≤ −٤

٤٦ −٣٣ < ١١م

٤٧ ٩ > ص + ١٢

٤٨ **أكواب:** تباع الأكواب الورقية في علب سعتها؛ ٤٠ كوبًا أو ٧٥ كوبًا، وتحتاج مشاعل إلى ٣٥٠ كوبًا لحفل تقيمه المدرسة، فكم علبة تحتاج من كل نوع من العلب؟ (الدرس ٨ - ٢)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: احسب قيمة كل عبارة مما يأتي عندما س = ٩:

٤٩ ٢س − ٨

٥٠ −٥س + ٧

٥١ ٨س − ٣

٥٢ −١٥س + ٦

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٢-١٠ الدوال

إستعدّ

ترفيه: افترض أنك تستطيع شراء القرص المدمج الواحد بـ ١٥ ريالًا.

١ أكمل الجدول المجاور.

٢ ما الثمن الكلي لشراء ٦ أقراص منها؟

٣ فسِّر كيف تجد ثمن ٩ أقراص.

عددُ الأقراص	الثمن (ريال)
١	١٥
٢	٣٠
٣	
٤	
٥	

فكرة الدرس:
أكمل جداول الدوال .

المفردات

الدالة

المجال

المدى

جدول الدالة

يعتمد الثمن الكلي للأقراص على عددها؛ أيْ أن الثمن دالة لعدد الأقراص التي تم شراؤها. والعلاقة التي تُعطي مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة تُسمى **دالة**، وتُكتب الدوال عادة في صورة معادلات.

المدخلة س أي عدد حقيقي.

$د(س) = ١٥ س$

تقرأ د(س) دالة في س، أو ببساطة المخرجة د(س).

ولإيجاد قيمة الدالة عند عدد ما، عوّض عن المتغير س بذلك العدد في قاعدة الدالة.

مثالان

إيجاد قيمة الدالة

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

١ د(٩) إذا كان د(س) = س − ٥

د(س) = س − ٥ — اكتب الدالة.

د(٩) = ٩ − ٥ = ٤ — عوض ٩ بدلًا من س في قاعدة الدالة.

لذا، د(٩) = ٤.

٢ د(−٣) إذا كان د(س) = ٢س + ١

د(س) = ٢س + ١ — اكتب الدالة.

د(−٣) = ٢(−٣) + ١ — عوض −٣ بدلًا من س في قاعدة الدالة.

د(−٣) = −٦ + ١ = −٥ — بسّط.

لذا، د(−٣) = −٥

تحقّق من فهمك:

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

أ) د(٢) إذا كان د(س) = س − ٤

ب) د(٦) إذا كان د(س) = ٢س − ٨

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

إرشادات للدراسة

المدخلات والمخرجات

يُسمى متغير المدخلات أيضًا "المتغير المستقل" لأنه يأخذ أي قيمة. ومتغير المخرجات "المتغير التابع"؛ لأنه يعتمد على قيم المدخلات.

تُسمى مجموعة قيم المدخلات **المجال**، ومجموعة قيم المخرجات **المدى**. ويمكنك تنظيم المدخلات، والقاعدة، والمخرجات في **جدول الدالة**.

مثال

إكمال جدول الدالة

٣ أكمل الجدول المجاور للدالة.
د(س) = س + ٥، ثم اذكر مجال الدالة ومداها.

عوض قيم س أو المدخلات، في قاعدة الدالة.

ثم بسّط لإيجاد المخرجة.

المجال = {−٢، −١، ٠، ١}

المدى = {٣، ٤، ٥، ٦}

المدخلة	القاعدة	المخرجة
س	د(س) = س + ٥	د(س)
−٢	−٢ + ٥	د(−٢) = ٣
−١	−١ + ٥	د(−١) = ٤
٠	٠ + ٥	د(٠) = ٥
١	١ + ٥	د(١) = ٦

تحقّق من فهمك:

أكمل جدول كل دالة فيما يأتي، ثم اذكر مجال الدالة ومداها:

جـ) د(س) = س − ٧ **د)** د(س) = ٤س **هـ)** د(س) = ٢س + ٣

س	س − ٧	د (س)
−٣		
−٢		
−١		
٠		

س	٤س	د (س)
−٥		
−٣		
٢		
٥		

س	٢س+٣	د (س)
−١		
٢		
٣		
٥		

تكتب الدوال أحيانًا باستعمال متغيرين، أحدهما س يمثل المدخلات، والآخر ص يمثل المخرجات. ويمكن أن تكتب الدالة في المثال ٣ في صورة ص = س + ٥.

مثال

٤ **حيوانات أليفة:** يُعطي الطبيب البيطري جرعات لعلاج الحيوانات الأليفة بحيث تكون الجرعة مكوّنة من ٥ ملجم دواء لكل كيلو جرام تقريبًا من الكتلة. اكتب دالة تمثل كمية الدواء ك اللازمة للكتلة جـ، ثم حدد كم يلزم من الدواء لحيوان أليف كتلته ٤٠ كجم تقريبًا.

التعبير اللفظي: كمية الدواء تساوي ٥ مرات عدد الكيلوجرامات.

الدالة: ك = ٥ × جـ

ك = ٥جـ — اكتب الدالة.

ك = ٥(٤٠) = ٢٠٠ — ضع جـ = ٤٠ لإيجاد كمية الدواء اللازمة لكتلة ٤٠ كجم.

إذن، على البيطري إعطاء الحيوان الأليف ٢٠٠ ملجم من الدواء.

الربط بالحياة:

كيف يستخدم الطبيب البيطري الرياضيات؟

يحدد جرعات الدواء المناسبة للحيوان حسب كتلته.

تحقّق من فهمك:

و) **صيانة المنزل:** تتقاضى مؤسسة خدمة المنزل ١٠٠ ريالٍ لكل طلب خدمة، بالإضافة إلى ٥٠ ريالًا لكل ساعة عمل. اكتب دالة تمثل التكلفة ك لطلب خدمة لمدة س ساعة عمل، ثم أوجد كم تكلف ٣ ساعات من العمل.

تأكّد

المثالان ١، ٢ أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

١ د(٤) إذا كان د(س) = س − ٦

٢ د(−٢) إذا كان د(س) = ٤س + ١

المثال أكمل جدول كل دالة فيما يأتي، ثم اذكر مجال كل دالة ومداها:

٣ د(س) = ٨ − س

٤ د(س) = ٥س + ١

٥ د(س) = ٣س − ٢

س	٨−س	د (س)
−٣		
−١		
٢		
٤		

س	٥س+١	د (س)
−٢		
٠		
١		
٣		

س	٣س-٢	د (س)
−٥		
−٢		
٢		
٥		

المثال ٤

٦ **سفر:** تسير سيارة بسرعة ٨٨ كلم في الساعة على طريق عام. اكتب دالة تمثل المسافة ف التي يمكن أن تقطعها السيارة في ن ساعة، وما المسافة التي تقطعها السيارة في ٥ ساعات إذا سارت بالمعدل نفسه؟

تدرّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٧-١٢	١، ٢
١٣-١٨	٣
٢١	٤

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

٧ د(٧) حيث د(س) = ٥س

٨ د(٩) حيث د(س) = س + ١٣

٩ د(٤) حيث د(س) = ٣س − ١

١٠ د(٥) حيث د(س) = ٢س + ٥

١١ د(−٥) حيث د(س) = ٤س − ١

١٢ د(−١٢) حيث د(س) = ٢س + ١٥

أكمل جدول كل دالة فيما يأتي، ثم اذكر مجال كل دالة ومداها:

١٣ د(س) = ٦س − ٤

١٤ د(س) = ٥ − ٢س

١٥ د(س) = ٧ + ٣س

س	٦س - ٤	د (س)
−٥		
−١		
٢		
٧		

س	٥ - ٢س	د (س)
−٢		
٠		
٣		
٥		

س	٧ + ٣س	د (س)
−٣		
−٢		
١		
٦		

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

أكمل جدول كل دالة فيما يأتي، ثم اذكر مجال كل دالة ومداها:

١٦ د(س) = س − ٩

س	س−٩	د (س)
−٢		
−١		
٧		
١٢		

١٧ د(س) = ٧س

س	٧س	د (س)
−٥		
−٣		
٢		
٦		

١٨ د(س) = ٤س + ٣

س	٤س+٣	د (س)
−٤		
−٢		
٣		
٥		

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

١٩ د($\frac{٥}{٦}$) إذا كان د(س) = ٢س + $\frac{١}{٣}$

٢٠ د($\frac{٥}{٨}$) إذا كان د(س) = ٤س − $\frac{١}{٤}$

٢١ **دراجات:** قطع عمر بدراجته مسافة ٢٠ كلم بعد ساعة واحدة من بدء الحركة. إذا استمر بسرعة معدلها ١٣ كلم في الساعة، فكم ساعة يحتاجها لقطع مسافة ١١١ كلم؟

٢٢ **قياس:** محيط المربع يساوي أربع أمثال طول ضلعه، اكتب دالة تمثل محيط المربع (مح) الذي طول ضلعه (ل)، ثم أوجد طول ضلع مربع محيطه ٧ سم؟

٢٣ **الغوص:** يبين الجدول المجاور ضغط الماء الذي يواجهه الغواص على أعماق مختلفة. اكتب دالة تمثل الضغط ض مقابل العمق ع مترًا. ما مقدار الضغط عند العمق ١٧٥ مترًا؟ قدّر الجواب إلى أقرب جزء من مئة.

العمق (قدم)	الضغط (نيوتن/بوصة مربعة)
٠	١٤,٧
٣٣	٢٩,٤
٦٦	٤٤,١
٩٩	٥٨,٨
١٣٢	٧٣,٥

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٤ **مسألة مفتوحة:** اكتب قاعدة دالة يكون فيها د(−٣) = −٨، وأوجد قيمة الدالة عند الصفر، وعند قيم سالبة وأخرى موجبة للمتغير س.

٢٥ **تحدٍّ:** اكتب قاعدة الدالة لكل جدول دالة فيما يأتي:

أ)

س	د (س)
−٣	−٣٠
−١	−١٠
٢	٢٠
٦	٦٠

ب)

س	د (س)
−٥	−٩
−١	−٥
٣	−١
٧	٣

جـ)

س	ص
−٢	−٣
١	٣
٣	٧
٥	١١

د)

س	ص
−٢	−٥
١	١
٣	٥
٥	٩

٢٦ **اكتب** تُمثّل المسافة ف التي يتحركها جسم في الزمن ن وبمعدل سرعة ع بالدالة ف = ن ع. فسِّر كيف يؤثر تغير المدخلة في تغير المخرجة.

تدريب على اختبار

٢٧ تمثل التكلفة الكلية جـ التي ينفقها سعد ثمنًا للتذاكر ت التي يشتريها من مدينة الألعاب بالمعادلة: جـ = ٦,٥ ت، أيّ الجداول الآتية تحتوي قيمًا تحقق المعادلة؟

أ)

تكلفة شراء التذاكر (ريال)				
ت	١	٢	٣	٤
جـ	٦,٥٠	١٣,٠٠	١٩:٥٠	٢٦:٠٠

ب)

تكلفة شراء التذاكر (ريال)				
ت	١	٢	٣	٤
جـ	٦:٥٠	١٢:٠٠	١٨:٠٠	٤٢:٥٠

جـ)

تكلفة شراء التذاكر (ريال)				
ت	١	٢	٣	٤
جـ	١٣:٠٠	١٩:٥٠	٢٦:٠٠	٣٢:٥٠

د)

تكلفة شراء التذاكر (ريال)				
ت	١	٢	٣	٤
جـ	٦:٥٠	٨:٥٠	٩:٥٠	١٠:٥٠

٢٨ اشترت هند شريحة بيانات بمبلغ ٢٥ ريالًا، إذا كانت تكلفة كل ميجابايت هو ٠,٩٥ ريال، فأيّ الجداول الآتية يعطي أفضل تمثيل لما تبقى من الرصيد في الشريحة ب بعد استهلاك م ميجابايت؟

أ)

م	ب
١	٢٤,١٠
٢	٢٣,٢٠
٤	٢١,٤٠
٦	١٩,٦٠
٨	١٧,٨٠

ب)

م	ب
٠	٢٥,٠٠
٣	٢٢,٠٠
٦	١٩,٠٠
٩	١٦,٠٠
١٢	١٣,٠٠

جـ)

م	ب
٢	٢٣,١٠
٤	٢١,٢٠
٥	٢٠,٢٥
٨	١٧,٤٠
١٠	١٥,٥٠

د)

م	ب
٥	٢٠,٥
١٠	١٥,١٠
١٥	١٠,١٥
٢٠	٥,٢٠
٢٥	٠,٢٥

مراجعة تراكمية

٢٩ **توفير:** في حصالة منى ٢٠ ريالًا، وتوفر يوميًّا ٥ ريالات تضعها في الحصالة، إذا لم تأخذ أي نقود من الحصالة، فكم ريالًا يكون في الحصالة بعد ٧ أيام؟ (الدرس ١٠ - ١)

حُلَّ كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٩ - ٧)

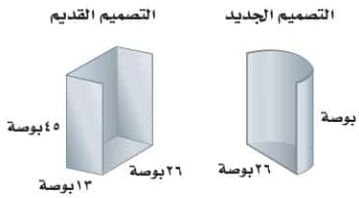
٣٠ ٦ + س ≥ ١٦

٣١ ١٥ ن ≤ -٣٠

٣٢ -٣ > ك + ٨

٣٣ -٩ > -٩س

٣٤ **طوارئ:** إذا قامت وزارة النقل بتغيير تصاميم كابينة هاتف الطوارئ على الطرق السريعة؛ حيث كان التصميم القديم في صورة منشور مستطيلي يتكون من أربعة أوجه فقط، أما التصميم الجديد فيتكون من نصف أسطوانة مفتوحة من أعلى كما في الشكل المجاور. كم تقل المادة اللازمة للتصميم الجديد عن المادة اللازمة للتصميم القديم؟ (الدرس ٨ - ٦)



٣٥ **قياس:** كيكة في صورة منشور مستطيلي حجمها ٦١٠ سم^{٣} تم توزيع قطع منها فبقي جزء في صورة منشور مستطيلي أيضًا أبعاده ٥ , ١٠ سم × ٥ , ٦ سم × ٤ سم، ما حجم جزء الكيك الذي تم توزيعه؟ (الدرس ٨ - ٤)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: مثّل في المستوى الإحداثي كل نقطة مما يأتي:

٣٦ أ(-٤، ٢)

٣٧ ب(٣، -١)

٣٨ جـ(٠، -٣)

٣٩ د(١، ٤)

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

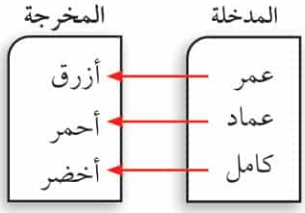
توسّع ١٠-٢

معمل الجبر
العلاقات والدوال

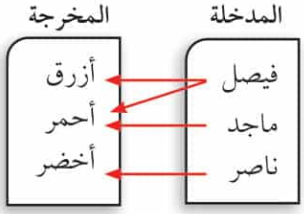
فكرة الدرس:
أحدد ما إذا كانت علاقة ما دالة أم لا.

تعبر العلاقة عن ربط مجموعة من العناصر تسمى مدخلات، بمجموعة أخرى تُسمى مخرجات. افرض أن ثلاثة طلاب اختاروا ألوانهم المفضلة من بين الأزرق والأحمر والأخضر. والمخططات الآتية تبين نتيجتين من النتائج الممكنة لهذا الاختيار.

العلاقة ١



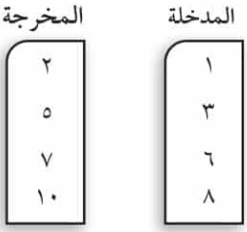
العلاقة ٢



تذكر من الدرس السابق أن الدالة هي علاقة تُحدد مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة. وفي المثال أعلاه تعد العلاقة الأولى دالة؛ لأن كل شخص اختار لونًا مفضلًا واحدًا فقط. أما العلاقة الثانية فليست دالة؛ لأن فيصل اختار لونين مفضلين.

نشاط

الخطوة ١ انسخ مخطط العلاقة أدناه، وارسم خطوطًا من قيم المدخلات إلى قيم المخرجات لتصبح دالة.



الخطوة ٢ انسخ مخطط العلاقة من الخطوة الأولى. وارسم خطوطًا من قيم المدخلات إلى قيم المخرجات على ألا تكون العلاقة دالة.

حلّل النتائج

١ يمكن كتابة العلاقة في صورة مجموعة أزواج مرتبة، حيث تُمثّل المدخلة بالإحداثي السيني والمخرجة بالإحداثي الصادي، اكتب كل علاقة رُسم مخططها في النشاط السابق في صورة أزواج مرتبة.

٢ بيّن لماذا لا تُعد كل علاقة دالةً. وفسّر تبريرك بدلالة أزواج مرتبة.

حدّد ما إذا كانت كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا، وفسّر ذلك:

٣ {(١، ١٨)، (٩، ١٥)، (٦، ٣)، (٩، ١٠)}

٤ {(٥، ٦)، (١٠، ١١)، (٨، ١٣)، (٠، ٧)}

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٣-١٠ تمثيل الدوال الخطية

فكرة الدرس:
أمثّل الدوال الخطية بيانيًا باستعمال الجداول.

المفردات
الدالة الخطية

إستعدّ

الطيران: تصل سرعة طائرة «الطائر الأسود» إلى ٣٦,٦ ميلًا في الدقيقة تقريبًا. إذا مثّل المتغير س عدد دقائق الطيران بهذه السرعة، فإن قاعدة الدالة للمسافة المقطوعة هي ص = ٣٦,٦ س.

١ انسخ الجدول المجاور للدالة وأكمله.

٢ مثّل الأزواج المرتبة (س، ص) في المستوى الإحداثي. ماذا تلاحظ؟

المدخلة	القاعدة	المخرجة	(المدخلة، المخرجة)
س	٣٦,٦ س	ص	(س، ص)
١	٣٦,٦(١)	٣٦,٦	(٣٦,٦،١)
٢	٣٦,٦(٢)		
٣			
٤			

يمكن تمثيل الدوال بالجداول والتمثيل البياني، والأزواج المرتبة، ويمكن التعبير عنها لفظيًّا.

مثالٌ من واقع الحياة — تمثيل الدالة

١ **لوازم مدرسية:** تبيع مكتبة علبة الأدوات الهندسية بريالين، ودفتر الملاحظات بريال واحد. وبذلك يكون ثمن س من علب الهندسة وص من دفاتر الملاحظات هو ٢س+ ص. ويريد سامي شراء بعض هذه الأنواع بـ ٥ ريالات فقط. مثّل المعادلة ٢س + ص = ٥. بيانيًّا، ثم أوجد كم يستطيع سامي أن يشتري من كل نوع؟

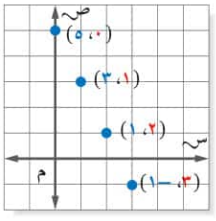
٢س + ص = ٥ — اكتب المعادلة.

٢س − ٢س + ص = ٥ − ٢س — اطرح ٢س من كل طرف ثم حل بالنسبة لـ ص.

ص = ٥ − ٢س — بسّط.

تمثل المعادلة ص = ٥ − ٢س دالة. اختر قيمًا لِـ س وعوضها لتجد ص، ثم مثّل الأزواج المرتبة.

س	٥-٢س	ص	(س، ص)
٠	٥-٢(٠)	٥	(٠، ٥)
١	٥-٢(١)	٣	(١، ٣)
٢	٥-٢(٢)	١	(٢، ١)
٣	٥-٢(٣)	-١	(٣، -١)



وبما أنه لا يستطيع شراء كميات سالبة، فإنه يمكنه شراء ٥ دفاتر ملاحظات فقط أو علبة هندسة و٣ دفاتر ملاحظات، أو علبتي هندسة ودفتر ملاحظات واحد.

تحقّق من فهمك:

أ) **نقود:** مع أحمد ٢٧ ريالًا من فئة ٥ ريالات، أو ١ ريال، أو من كليهما. فإذا كانت س تمثل عدد الأوراق من فئة ٥ ريالات، وَ ص تمثل عدد القطع من فئة ١ ريال، فمثّل الدالة ٥ س + ص = ٢٧ بيانيًّا. ثم أوجد عدد العملات النقدية من كل فئة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

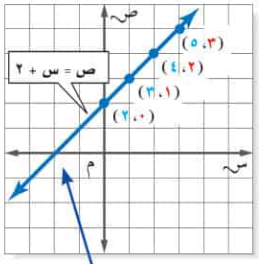
مثـــال تمثيل الدالة

٢ مثّل الدالة ص = س + ٢ بيانيًّا.

• اختر أي أربع قيم للمدخلة س، ثمَّ عوضها بدلًا من س لإيجاد قيم المخرجة ص.

• مثّل الأزواج المرتبة، وارسم خطًّا مستقيمًا يمر بجميع النقاط.

س	س + ٢	ص	(س ، ص)
٠	٢+٠	٢	(٠ ، ٢)
١	٢+١	٣	(١ ، ٣)
٢	٢+٢	٤	(٢ ، ٤)
٣	٢+٣	٥	(٣ ، ٥)



تمثل النقطة التي يقطع عندها الخط محور السينات حلاً للمعادلة س+٢ = ٠

يمثل الخط المستقيم الدالة بيانيًّا. ويعد الزوج المناظر لأي نقطة على الخط حلًّا للمعادلة ص = س + ٢.

تحقق: يبدو أن الزوج المرتب (-٢، ٠)

حل للمعادلة، تحقق من ذلك بالتعويض.

ص = س + ٢ اكتب الدالة.

٠ ≟ -٢ + ٢ عوض س بـ -٢، ص بـ صفر.

٠ = ٠ ✓ بسّط

إرشادات للدراسة

حلول

حلول المعادلة هي الأزواج المرتبة التي تجعل المعادلة صحيحة.

تحقّق من فهمك:

مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا:

ب) ص = س - ٥ **جـ)** ص = -٢س **د)** ص = ٢س + ١

مراجعة المفردات:

العلاقة الخطية:
العلاقة الخطية هي تلك العلاقة التي تُمثَّل بيانيًّا بخطٍّ مستقيم.
(الدرس ٣-٣)

تُسمى المعادلة التي تُمثل حلولها بيانيًّا بخط مستقيم **دالة خطية**. إذن، ص = س + ٢ هي معادلة خطية.

تمثيل الدوال — ملخص المفهوم

التعبير اللفظي: قيم ص أقل بواحد من قيم س المناظرة لها.

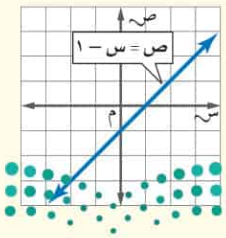
الرموز: ص = س - ١

الأزواج المرتبة: (٠، -١)، (١، ٠)، (٢، ١)، (٣، ٢)

الجدول:

س	ص
٠	-١
١	٠
٢	١
٣	٢

التمثيل البياني:

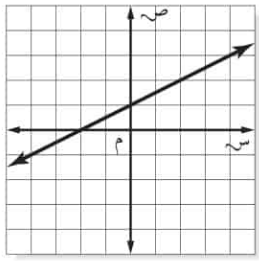


مثالٌ من اختبار

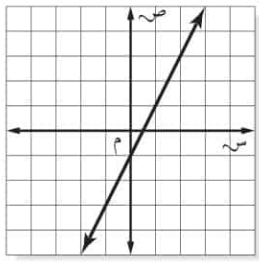
٣ أيُّ مستقيم مما يأتي يُعد أفضل تمثيل للأزواج المرتبة (س، ص) المبيَّنة في الجدول الآتي؟

س	-٢	-١	٠	١
ص	-٣	-١	١	٣

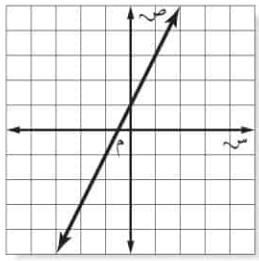
أ)



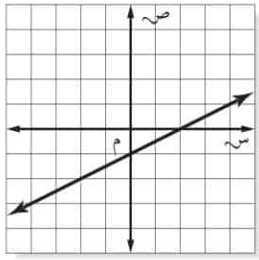
ب)



جـ)



د)

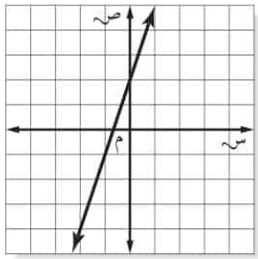


اقرأ :

عليك أن تقرر أي الأشكال الأربعة أعلاه تمثل البيانات.

حل :

تمثل قيم الجدول الأزواج المرتبة (-٢، -٣)، (-١، -١)، (٠، ١)، (١، ٣). وباختبار الأزواج المرتبة، فإن التمثيل البياني جـ فقط هو الذي يحتوي كل هذه الأزواج المرتبة. فالإجابة الصحيحة هي جـ .



تحقَّق من فهمك :

هـ) إذا كان المستقيم الممثل في المستوى الإحداثي المجاور يمثل الدالة ص = ٣س + ٢، فأيُّ جدول مما يأتي يحتوي نقاطًا تقع على هذا الخط فقط؟

أ)

س	-١	٠	٢	٣
ص	-٥	-٢	٤	٧

ب)

س	-١	٥	٧	٨
ص	-١	١	-٣	٢

جـ)

س	-٦	-٣	٠	٣
ص	٠	-١	٢	٣

د)

س	-٣	-١	١	٣
ص	-٧	-١	٥	٨

إرشادات للاختبارات

حذف البدائل

يمكن حذف البديلين ب، د عند اختيار الزوج المرتب (٠، ١) أولًا.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

تأكّد

المثال ١

١ **زهور:** تُباع كل ٤ من أزهار القرنفل في باقة، أما أزهار الأقحوان فتباع منفردة. مثِّل الدالة ٤س + ص = ١٥ بيانيًّا لإيجاد عدد باقات أزهار القرنفل (س) وأزهار الأقحوان (ص) التي تحتوي ١٥ زهرة.

المثال ٢

مثِّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا:

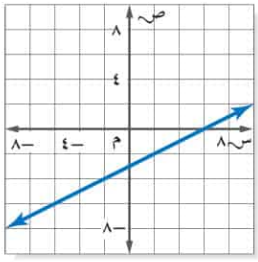
٢ ص = س + ٥ ٣ ص = ٣س − ٢ ٤ ص = −٢س + ١

المثال ٣

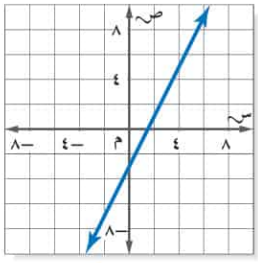
٥ **اختيار من متعدد:** أيُّ مستقيم مما يأتي يُعد أفضل تمثيلٍ للأزواج المرتبة (س، ص) الموضحة في الجدول الآتي؟

س	−٧	−٢	٢	٩
ص	−٦,٥	−٤	−٢	١,٥

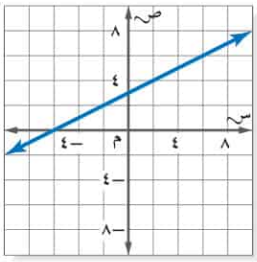
أ)



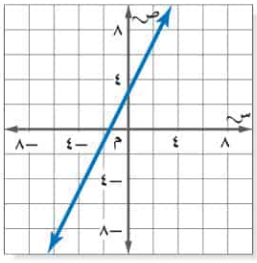
ب)



جـ)



د)



تدرَّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٦، ٧	١
٨–١٥	٢
٢٧، ٢٨	٣

٦ **قرطاسية:** يُباع قلم الحبر بِـ ٣ ريالات، وقلم الرصاص بريال واحد. مثِّل الدالة ٣س + ص = ٢٠ بيانيًّا لتحدد الأعداد الممكنة لأقلام الحبر (س) وأقلام الرصاص (ص) التي يمكن لمشاعل شراؤها بـ ٢٠ ريالًا.

٧ **منظفات:** يُباع الصابون المعطر في حزم مكونة من ٥ حبات، ويُباع الصابون العادي متفرقًا، مثِّل الدالة ٥س + ص = ١٠ بيانيًّا لتحدد الأعداد الممكنة لحزم الصابون المعطر (س) والعادي (ص) التي يمكن لراشد شراؤها إذا اشترى ١٠ حبات صابون.

مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا:

٨ ص = ٤س ٩ ص = −٣س ١٠ ص = س − ٣ ١١ ص = س + ١

١٢ ص = ٣س − ٧ ١٣ ص = ٢س + ٣ ١٤ ص = $\frac{١}{٣}$ س + ١ ١٥ ص = $\frac{٣}{٢}$ س

وزارة التعليم
Ministry of Education

١٦ **درجات حرارة:** تستعمل المعادلة ف = ١,٨ س + ٣٢ لمقارنة درجات الحرارة السيليزية (س) بدرجات الحرارة الفهرنهايتية (ف). اكتب أربعة أزواج مرتبة (س، ف) تمثل حلًّا للمعادلة أعلاه ثم مَثِّلها بيانيًّا.

قياس: للأسئلة ١٧-١٩ استعمل المعلومات الآتية:

تصف المعادلة ص = ١,٠٩ س عدد المترات ص في س ياردة

١٧ هل لقيمة س السالبة معنى في هذا الموقف؟ فسر إجابتك.

١٨ مثل الدالة بيانيًّا.

١٩ كم مترًا يعادل ٤٠ ياردة؟

جبال: استعمل المعلومات في الجدول المجاور للإجابة عن السؤالين ٢٠، ٢١.

إذا كانت درجة الحرارة عند مستوى سطح البحر ٨٠° ف، والدالة ف = ٨٠ - ٦,٣ع تصف درجة الحرارة ف عند ارتفاع قدره ع بآلاف الأقدام فوق مستوى سطح البحر.

ارتفاعات بعض الجبال في المملكة	
الجبل	الارتفاع (بآلاف الأقدام تقريبًا)
جبل السودة	٩,٨
جبل شيبان	٦,٥
جبل قيس	٥,١
جبل ثور	٢,٥

٢٠ **تقنية:** مثِّل الدَّالة بيانيًّا. ثمَّ تحقق من صحَّة التَّمثيل باستخدام أحد التَّطبيقات الحاسوبيَّة.

٢١ ما درجة الحرارة عند قمة كل جبل من هذه الجبال في يوم كانت فيه درجة الحرارة عند مستوى سطح البحر ٨٠° ف ؟

٢٢ **نقود:** يوفر عماد نقودًا لشراء حاسوب بـ ١٢٠٠ ريال. فإذا كان معه ٤٥٠ ريالًا، ولديه خطة لتوفير ٣٠ ريالًا أسبوعيًّا. حيث تُمثّل الدالة ق(س) = ٣٠س + ٤٥٠ المبلغ الذي يوفره بعد س أسبوع. مثِّل الدالة بيانيًّا لتحدد عدد الأسابيع اللازمة ليوفر عماد المبلغ الكافي لشراء الحاسوب.

مسائل
مهارات التفكير العليا

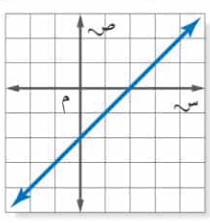
٢٣ **مسألة مفتوحة:** مثِّل دالة خطية بيانيًّا، واذكر ثلاثة حلول لها.

٢٤ **اكتشف المختلف:** حددّ الزوج المرتب الذي ليس حلًّا للدالة ص = -٤ س + ٣ . فسِّر تبريرك.

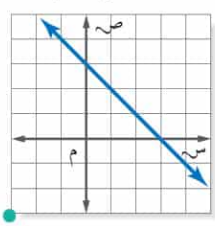
(٥، ٢) (٣، ٠) (٧، -١) (١، -١)

٢٥ **تحد:** سمِّ إحداثيات أربع نقط تحقق كل دالة فيما يأتي، ثم اكتب قاعدة الدالة:

أ)



ب)

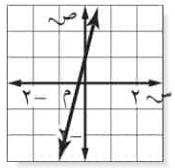


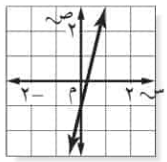
٢٦ **اكتب** فسِّر كيف يمكن الاستعانة بجدول الدالة على تمثيلها بيانيًّا.

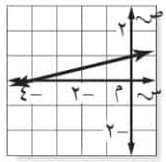
تدريب على اختبار

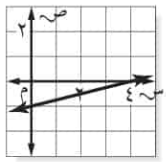
٢٧ أي مستقيم مما يأتي يعدّ أفضل تمثيل للأزواج المرتبة (س، ص) المبينة في الجدول الآتي؟

س	-٤	٠	٤	٨
ص	-٢	-١	٠	١

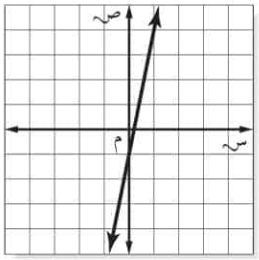
أ)


ب)


جـ)


د)


٢٨ **اختيار من متعدد:** إذا كان المستقيم الممثل في المستوى الإحداثي المجاور يمثل الدالة ص = ٥س − ١، فأيُّ جدول مما يأتي يحتوي نقاطًا تقع على هذا المستقيم فقط؟



أ)

س	-٢	-١	٠	١
ص	-٩	-٤	١	٦

ب)

س	-٣	-٢	-١	٠
ص	-٨	-٧	-٦	-٥

جـ)

س	٠	١	٢	٣
ص	-١	٠	١	٢

د)

س	-١	٠	١	٢
ص	-٦	-١	٤	٩

مراجعة تراكمية

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي: (الدرس ١٠ - ٢)

٢٩ د(٦) إذا كان د(س) = ٧س − ٣

٣٠ د(−٥) إذا كان د(س) = ٣س + ١٥

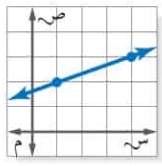
٣١ د(٣) إذا كان د(س) = ٢س − ٧

٣٢ اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني للمتتابعة الحسابية ١٥، ٣٠، ٤٥، ٦٠، ...، ثم اكتب الحدود الثلاثة الأولى. (الدرس ١٠ - ١)

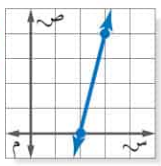
٣٣ **مقاصف:** يربح مقصف المدرسة ٥ , ٠ ريال من كل قطعة شوكولاتة يبيعها، ويرغب مسؤول المقصف تحقيق ربح لا يقل عن ٥٠٠ ريال هذا الأسبوع من بيع الشوكولاتة. اكتب متباينة وحلّها لإيجاد عدد قطع الشوكولاتة التي عليهم بيعها لتحقيق الهدف. (الدرس ٩ - ٧)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد معدّل التغير لكل تمثيل بياني مما يلي:

٣٤


٣٥

٣٦


الفصل ١٠

اختبار منتصف الفصل

الدروس من ١٠-١ إلى ١٠-٣

بيّن إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها، والحدود الثلاثة التالية فيها: (الدرس ١٠ - ١)

١) ١٣، ١٧، ٢١، ٢٥، ٢٩، ...

٢) ٦٤، -٣٢، ١٦، -٨، ٤، ...

٣) -٧، -١٦، -٢٥، -٣٤، -٤٣، ...

بيّن إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا. وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها. (الدرس ١٠ - ١)

٤) $ن^{٢} + ١$

٥) $٣ - ٢ن$

٦) ٧

٧) $٢^{ن}$

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي: (الدرس ١٠ - ٢)

٨) د(٩) إذا كان د(س) = ١٢س

٩) د(٨) إذا كان د(س) = ٢س - ٨

١٠) د(٦) إذا كان د(س) = س + ٧

١١) د(٢) إذا كان د(س) = ٦س + ١

١٢) **اختيار من متعدد:** أي معادلة مما يأتي تصف الدالة الممثلة بالجدول الآتي: (الدرس ١٠ - ٢)

س	ص
-٢	-٧
٠	-٣
٢	١
٤	٥

أ) ص = ٢س - ٣

ب) ص = س - ٣

جـ) ص = س + ٤

د) ص = ٢س + ٣

١٣) **قياس:** محيط المثلث المتطابق الأضلاع يساوي ٣ أمثال طول ضلعه. اكتب دالة تمثل محيط المثلث المتطابق الأضلاع (مح) الذي طول ضلعه (ل)، ثم أوجد طول ضلع مثلث محيطه ١٢سم. (الدرس ١٠ - ٢)

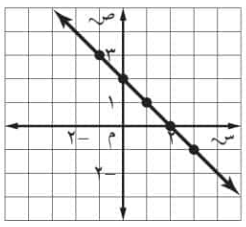
مَثِّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا: (الدرس ١٠ - ٣)

١٤) ص = س + ٦

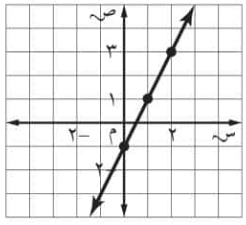
١٥) ص = ٢س - ٥

١٦) **اختيار من متعدد:** أي مستقيم مما يأتي يمثل المعادلة ص = ٢س - ١؟ (الدرس ١٠ - ٣)

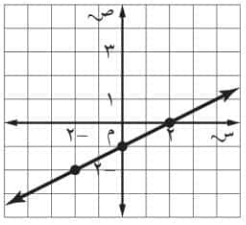
أ)



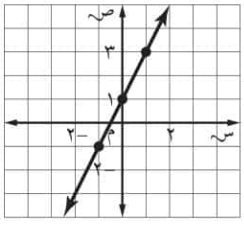
جـ)



ب)



د)



إيجار: تقوم سيارة الأجرة باستعمال العداد الإلكتروني لاحتساب أجرتها، حيث يحتسب ٥ ريالات في بداية فتح العداد، ثم ٠,٧٥ ريال لكل كيلومتر تقطعه السيارة. ويمكن حساب الأجرة (ص) التي يدفعها شخص استخدم السيارة مسافة (س) كيلومتر بالمعادلة ص = ٠,٧٥ س + ٥ (الدرس ١٠ - ٣)

١٧) مثّل دالة الأجرة بيانيًّا.

١٨) كم ريالًا يدفع شخص استأجر السيارة مسافة ١٦كلم؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

١٠-٤ ميل المستقيم

إستعدَّ

سلامة: يستعمل سلم الشاحنة المتحرك للوصول إلى أعلى البنايات.

١ يعبر عن معدل التغير في ارتفاع السلم بنسبة ارتفاع السلم إلى بُعد قاعدته عن البناية. اكتب هذا المعدل في صورة كسر في أبسط صورة.

٢ أوجد معدل تغير ارتفاع السلم إذا ارتفع ١٠٠ قدم وكانت قاعدته على بعد ٥٠ قدمًا من البناية.

فكرة الدرس:

أجد ميل المستقيم.

المفردات

الميل

التغير الرأسي

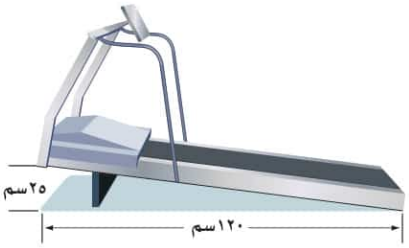
التغير الأفقي

يستعمل مصطلح الميل لوصف انحدار الخط المستقيم عدديًّا. **فالميل** هو نسبة **التغير الرأسي** (الارتفاع) إلى **التغير الأفقي** (المسافة الأفقية) وليست هنالك مشكلة في اختيار أيِّ نقطتين لإيجاد الميل أو معدل التغير في الدوال الخطية؛ لأن معدل التغير ثابت دائمًا.

الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ ← التغير الرأسي بين أي نقطتين. ← التغير الأفقي بين النقطتين نفسيهما.

مثالٌ من واقع الحياة

١ رياضة: أوجد ميل جهاز المشي المجاور.



الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ تعريف الميل.

$= \frac{٢٥\text{سم}}{١٢٠\text{سم}}$ التغير الرأسي = ٢٥سم، التغير الأفقي = ١٢٠سم

$= \frac{٥}{٢٤}$ بسّط.

ميل جهاز المشي هو $\frac{٥}{٢٤}$.

تحقّق من فهمك:

أ) **بيوت:** تصمم البيوت في أوروبا بحيث تكون أسطحها منحدرة؛ حتى لا يتكدس الثلج عليها. أوجد ميل السطح المجاور.

لأن الميل هو معدّل التغير، فإنه يمكن أن يكون موجبًا (مائلًا لأعلى)، أو سالبًا (مائلًا لأسفل).

مثـــال
إيجاد الميل باستعمال الرسم

إرشادات للدراسة

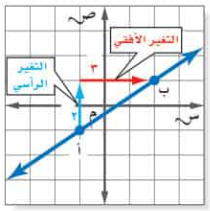
حركة التغير الرأسي والأفقي

فوق ← موجب

تحت ← سالب

يمين ← موجب

يسار ← سالب



٢ أوجد ميل المستقيم

اختر نقطتين على المستقيم. فيكون التغير الرأسي وحدتين في حين يكون التغير الأفقي ٣ وحدات.

الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ تعريف الميل.

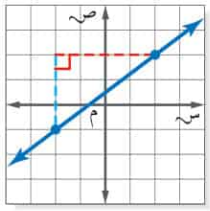
$= \frac{٢}{٣}$ التغير الرأسي = ٢، والتغير الأفقي = ٣.

ميل المستقيم هو $\frac{٢}{٣}$.

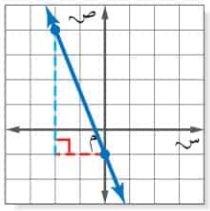
تحقّق من فهمك:

أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:

ب)



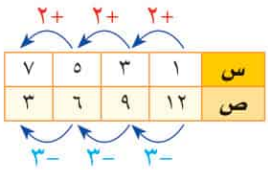
جـ)



يمكن إيجاد الميل بإيجاد نسبة التغير في قيم ص إلى التغير في قيم س لأي نقطتين على الخط.

مثـــال
إيجاد الميل باستعمال الجدول

٣ تقع النقاط المبينة في الجدول المجاور على مستقيم. أوجد ميل المستقيم، ثم مثّله بيانيًّا.



اختر أي نقطتين من الجدول وأوجد التغير في كل من س ، ص.

إرشادات للدراسة

الميل

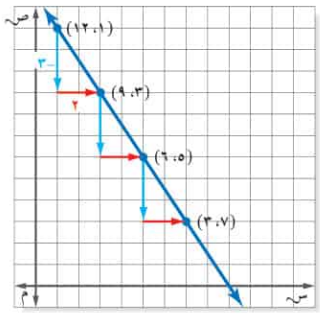
يمكنك اختيار أي نقطتين لحساب الميل . ومهما كانت قيمة ص التي تستعملها أولًا، فتأكد من استعمال قيمة س المناظرة لها .

الميل = $\frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$

$= \frac{١٢-٩}{١-٣}$

$= \frac{-٣}{٢} = \frac{-٣}{٢}$

ميل المستقيم هو $\frac{-٣}{٢}$.



تحقّق من فهمك:

أوجد المستقيم الذي تقع عليه النقاط المعطاة في كل من الجدولين الآتيين مما يأتي، ثمَّ مثّله بيانيًّا:

د)

س	-٦	-٢	٢	٦
ص	-٢	-١	٠	١

هـ)

س	-٤	٠	٤	٨
ص	-١	-٢	-٣	-٤

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

لغة الرياضيات

العدد تحت الرمز: يقرأ الرمز $س_1$ سين واحد، ويقرأ الرمز $س_2$ سين اثنين، وتستعملان للتعبير عن إحداثيين مختلفين لِـ س.

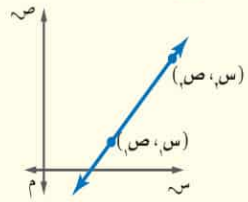
أوجدت الميل باستعمال $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ وَ $\frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$، ويمكنك إيجاد ميل المستقيم باستعمال إحداثيات أي نقطتين على المستقيم. حيث يعبّر عن إحدى النقطتين بالزوج المرتب $(س_1، ص_1)$، وعن الثانية بالزوج المرتب $(س_2، ص_2)$. ويُسمى العددان الصغيران تحت الرمزين س، ص دليلي المتغيرين.

صيغة الميل

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: الميل م للمستقيم المار بالنقطتين $(س_1، ص_1)$، $(س_2، ص_2)$ هو النسبة في فرق الإحداثيين الصاديين إلى فرق الإحداثيين السينيين المناظرين.

النموذج:



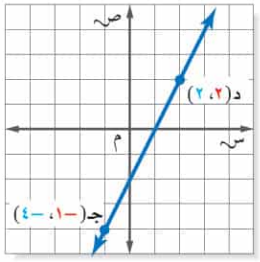
الرموز: $م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$، حيث $س_2 \neq س_1$

مثالان

إيجاد الميل باستعمال الإحداثيات

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط فيما يأتي:

٤ جـ(−١، −٤)، د(٢، ٢)



$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$ تعريف الميل.

$(س_1، ص_1) = (-١، -٤)$

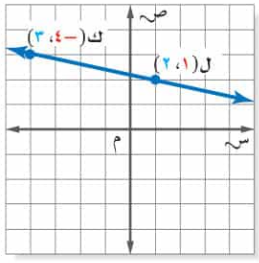
$(س_2، ص_2) = (٢، ٢)$

$م = \frac{٢ - (-٤)}{٢ - (-١)}$

$م = \frac{٦}{٣} = ٢$ بسّط.

تحقق: عند التحرك من اليسار إلى اليمين يميل الخط إلى الأعلى وهذا صحيح، فالميل موجب.

٥ ل (١، ٢)، ك (−٤، ٣)



$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$ تعريف الميل.

$(س_1، ص_1) = (١، ٢)$

$(س_2، ص_2) = (-٤، ٣)$

$م = \frac{٢ - ٣}{١ - (-٤)}$

$م = \frac{١}{٥-} = -\frac{١}{٥}$ بسّط.

تحقق: عند التحرك من اليسار إلى اليمين، يميل الخط إلى الأسفل وهذا صحيح، فالميل سالب. ✓

إرشادات للدراسة

استعمال صيغة الميل

ليس مهمًا تحديد أي النقطتين $(س_1، ص_1)$، وأيهما $(س_2، ص_2)$ ولكن يجب استعمال إحداثيات النقطتين بالترتيب نفسه. للتحقق من ذلك ضع في مثال ٥: $(س_1، ص_1) = (٣، -٤)$، $(س_2، ص_2) = (١، ٢)$، ثم أوجد الميل.

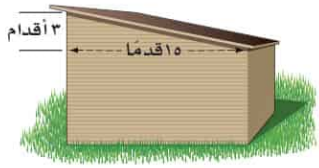
تحقّق من فهمك:

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي:

و) أ(٢، ٢)، ب(٥، ٣) ز) جـ(−٢، ١)، د(٠، −٣)

ح) ك(٠، −٧)، ل(−٣، −٢)

تأكَّـد



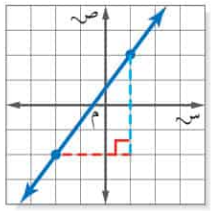
المثال ١

١ **بنايات** أوجد ميل سقف الغرفة المجاورة.

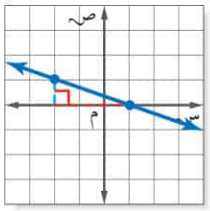
المثال ٢

أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:

٢



٣



المثال ٣

٤ تقع النقاط في الجدول المجاور على خط مستقيم. أوجد ميل الخط، ثم مثله بيانيًّا.

س	٠	١	٢	٣
ص	١	٣	٥	٧

المثالان ٤، ٥

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط فيما يأتي:

٥ أ(−٣، −٢)، ب(٥، ٤)

٦ جـ(−٤، ٢)، د(١، ٥)

٧ هـ(−٦، ٥)، و(٣، −٣)

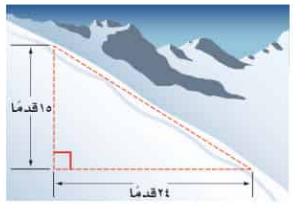
٨ ك(١، ٥)، ل(٤، −٣)

تـدرَّب وحلّ المسائل

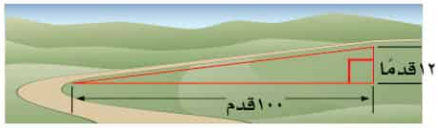
الإرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٩، ١٠	١
١١-١٤	٢
١٥، ١٦	٣
١٧ - ٢٢	٤، ٥

٩ **تزلج:** أوجد ميل طريق التزلج الذي ينحدر بمقدار ١٥ قدمًا لكل تغير أفقي مقداره ٢٤ قدمًا.

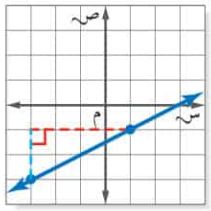


١٠ **طرق:** أوجد ميل طريق ترتفع ١٢ قدمًا لكل تغير أفقي مقداره ١٠٠ قدم.

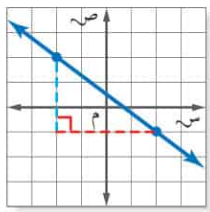


أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:

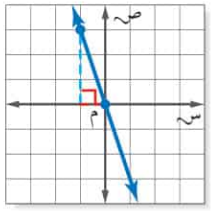
١١



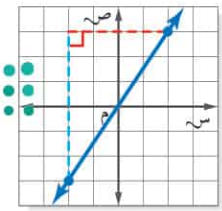
١٢



١٣



١٤



وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

أوجد ميل المستقيم الذي تقع عليه النقاط المعطاة في كلٍّ من الجدولين الآتيين، ثم مثّله بيانيًّا:

١٥

س	٠	٢	٤	٦
ص	٩	٤	-١	-٦

١٦

س	-٣	٣	٩	١٥
ص	-٣	١	٥	٩

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط الآتية:

١٧ أ(٠، ١)، ب(٢، ٧)

١٨ جـ(٢، ٥)، د(٣، ١)

١٩ هـ(١، ٢)، و(٤، ٧)

٢٠ ك(-٦، -١)، ل(٤، ١)

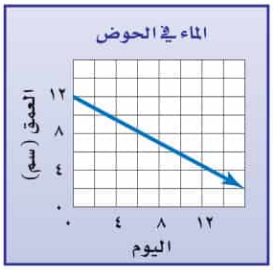
٢١ ي(-٩، ٣)، ك(٢، ١)

٢٢ م(-٢، ٣)، ن(٧، -٤)

الربط بالحياة:

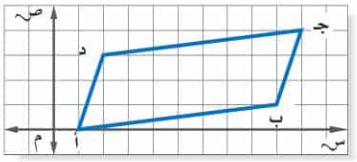
من حقوق ذوي الإعاقة الحركية: تخصيص مقاعد خاصة بهم في وسائل النقل، ومواقف خاصة بسياراتهم، وتزويد البنايات بمداخل تلبي احتياجاتهم.

٢٣ **أحواض مائية:** يبين الشكل المجاور عمق الماء في حوض مائي لعدة أيام. أوجد ميل المستقيم، وفسّر معناه بوصفه معدل تغير.



٢٤ **احتياجات خاصة:** أقصى ميلان لمدخل البنايات العامة هو بوصة واحدة رأسيًّا لكل قدم واحدة أفقيًّا؛ وذلك من أجل سلامة دخول الكراسي المتحركة. فهل يتناسب الميلان ١٠ أقدام أفقيًّا مع ارتفاع ٨ بوصات في هذا الوضع؟ فسّر إجابتك.

٢٥ **هندسة** لكل خطين متوازيين الميل نفسه. بناءً على ذلك، حدّد إذا كان الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع أم لا، وبرر إجابتك.



مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٦ **اكتشف الخطأ:** أوجد كل من عمر وعماد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين س(٠، ٢)، ص (٢، ٣)، فأيُّهما على صواب؟ فسّر إجابتك.

عمر

عماد

٢٧ **مسألة مفتوحة:** ارسم مستقيم في المستوى الإحداثي يكون ميله يساوي صفر.

٢٨ **تحدّ:** أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمثل دالة تعبر عن محيط الدائرة بوصفها دالة في نصف القطر.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - ١٤٤٥

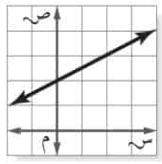
٢٩ **اكتب** فسِّر لماذا تبقى نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي نفسها عند إيجاد الميل للدالة الخطية.

تدريب على اختبار

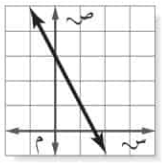
٣٠ أيّ من التمثيلات الآتية يمثل مستقيمًا ميله −٢؟

أ)

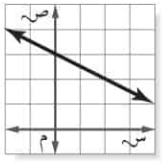
ب)



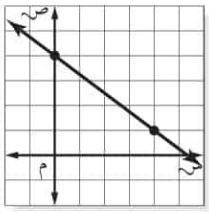
جـ)



د)



٣١ ما ميل المستقيم في الشكل الآتي؟



أ) $-\frac{٤}{٣}$ جـ) $\frac{٣}{٤}$

ب) $-\frac{٣}{٤}$ د) $\frac{٤}{٣}$

مراجعة تراكمية

مثل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا: (الدرس ١٠ - ٣)

٣٢ ص = ٥س ٣٣ ص = س − ٢ ٣٤ ص = ٢س − ١ ٣٥ ص = ٣س + ٢

٣٦ **حليب:** يمكن تخزين عبوة الحليب السائل بعد فتحها عدة أيام دون أن تفسد، وذلك بحسب درجة الحرارة وفقًا للمعادلة ي = −٤س + ٢٦؛ حيث تمثل ي الزمن بالأيام، وَ س درجة الحرارة السيليزية لمكان التخزين.
كم يومًا يمكن تخزين عبوة حليب في درجة حرارة ٤ °س دون أن تفسد؟ (الدرس ١٠ - ٢)

أكمل جدول كل دالة فيما يأتي، ثم اذكر مجال كل دالة ومداها: (الدرس ١٠ - ٢)

٣٧ د(س) = ٢س + ٣

س	٢س+٣	د(س)
-٢		
-١		
٣		
٥		

٣٨ د(س) = ٥ − ٣س

س	٥-٣س	د(س)
-٣		
-٢		
١		
٤		

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حل كل معادلة فيما يأتي:

٣٩ ٤٢ = −٤س − ٣ ٤٠ ١٤٤ = ١٠أ ٤١ $\frac{ن}{٣}$ = ٧ ٤٢ $\frac{ت}{٩}$ = −٦

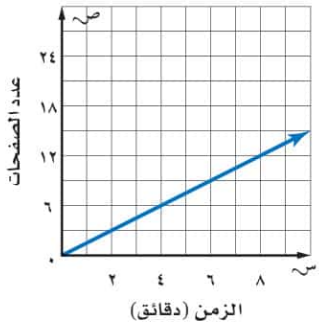
رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

١٠ ـ ٥ التغير الطردي

إستعدّ

حواسيب: استعمل التمثيل البياني المجاور الذي يبين نواتج الطابعة الملونة.



١ ما المعدل الثابت للتغير أو ميل المستقيم؟

٢ هل يتناسب عدد الصفحات المطبوعة مع زمن الطباعة دائمًا؟ وإذا كان كذلك فما النسبة الثابتة؟

٣ قارن المعدل الثابت للتغير بالنسبة الثابتة.

فكرة الدرس:

أستعمل التغير الطردي لحل المسائل.

المفردات

التغير الطردي

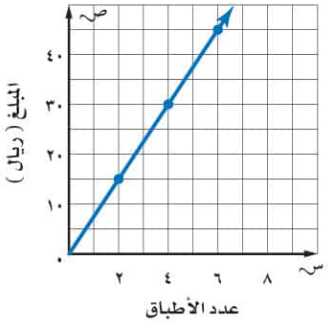
ثابت التغير

في المثال أعلاه، يتغير كل من عدد الصفحات المطبوعة وعدد الدقائق، على حين تظل نسبة عدد الصفحات المطبوعة إلى الدقائق ثابتة وهي ١,٥ صفحة لكل دقيقة.

عندما تكون النسبة بين كميتين متغيرتين ثابتة، تُسمى العلاقة بينهما **تغيرًا طرديًّا**، وتُسمى النسبة الثابتة **ثابت التغير**.

مثالٌ من واقع الحياة — إيجاد النسبة الثابتة

١ الطبق الخيري: يبيّن التمثيل البياني المجاور المبالغ التي جمعتها سارة في مهرجان الطبق الخيري برعاية إحدى الجمعيات الخيرية لرعاية الأيتام، والذي رُصد ريعه للأعمال الخيرية. حدّد المبلغ الذي حصلت عليه سارة مقابلة بيع كل طبق.



بما أن المعلومات في التمثيل تشكل خطًّا مستقيمًا، فإن معدل التغير يكون ثابتًا، استعمل التمثيل البياني لإيجاد النسبة الثابتة.

$$\frac{\text{المبلغ الذي تم جمعه}}{\text{عدد الأطباق}} \leftarrow \frac{١٥}{٢} = \frac{٧,٥}{١} \quad \frac{٣٠}{٤} = \frac{٧,٥}{١} \quad \frac{٤٥}{٦} = \frac{٧,٥}{١} \quad \frac{٦٠}{٨} = \frac{٧,٥}{١}$$

فتكون سارة قد حصلت على ٧,٥ ريالات لكل طبق واحد.

تحقّق من فهمك:

أ) **مظلي:** هبط مظلي من ارتفاع ١٩٠٠ قدم في دقيقتين بعد فتح مظلته، وهبط ٤٧٥ قدمًا في ٥ دقائق. إذا كانت المسافة تتغير طرديًّا مع الزمن، فما معدل نزول المظلي؟

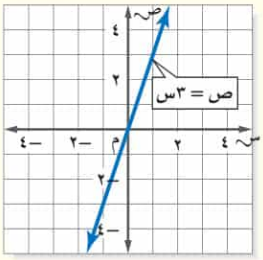
يُرمز لثابت التغير أو الميل في معادلة التغير الطردي عادة بالمتغير ك.

التغيّر الطردي

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: التغير الطردي: هو علاقة تكون فيها نسبة ص إلى س ثابتة (ك). ويعبر عن ذلك بأن ص تتغير طرديًّا مع س.

النموذج:



الرموز: ك = $\frac{ص}{س}$ أو ص = ك س
حيث ك ≠ صفر

مثال: ص = ٣س

الربط بالحياة:
لكل حيوان أليف معدل عمر مختلف مقارنة بعمر الإنسان، فمثلًا سنة واحدة من عمر الحصان تقابل ٣ سنوات من عمر الإنسان.

مثالٌ من واقع الحياة — حل مسائل التغير الطردي

٢ حيوانات: بالرجوع إلى المعلومات إلى اليمين. افترض أن عمر الحصان يتغير طرديًّا مع ما يكافئه من عمر الإنسان. فما عمر الإنسان الذي يكافئ ٦ سنوات من عُمر حصان؟

اكتب معادلة التغير الطردي. لتكن س تمثل عمر الحصان، ص تمثل عمر الإنسان المكافئ له.

ص = ك س	تغير طردي.
٣ = ك (١)	ص = ٣، س = ١.
٣ = ك	بسّط.
ص = ٣س	عوض عن ك بـ٣.

استعمل المعادلة لإيجاد ص عندما س = ٦.

ص = ٣س	
ص = ٣ (٦)	س = ٦.
ص = ١٨	بسّط.

إذن ٦ سنوات من عُمر حصان تكافئ ١٨ سنة من عمر إنسان.

تحقّق من فهمك:

ب) تسوق: يبيع محل خضار ٦ برتقالات بـ ١٢ ريالًا. فما ثمن ١٠ برتقالات؟

في التغير الطردي، ثابت التغير ك هو ثابت معدل التغير. وعندما تتغير قيمة س بمقدار أ، فإن قيمة ص المناظرة تكون ك أ. ففي المثال السابق عندما تغيرت س بمقدار ٦، تغيرت ص بمقدار ٣(٦) = ١٨.

إرشادات للدراسة

تناسبات

يمكنك استعمال التناسب لحل مسائل التغير الطردي، وفي المثال ٢ اكتب نسبًا لمقارنة عمر الإنسان المكافئ للعمر الفعلي للحصان

$$\frac{٣}{١} = \frac{س}{٦}$$

١٨ = س

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

إرشادات للدراسة

مراجعة

لمراجعة العلاقات المتناسبة راجع الدرسين ٣-١، ٣-٤.

ليست جميع العلاقات التي يكون معدل تغيرها ثابتًا تكون متناسبة. وبالمثل، فالدوال الخطية ليست جميعها تغيرات طردية.

مثالان

تحديد التغير الطردي

حدد ما إذا كانت كل دالة خطية فيما يأتي تمثّل تغيرًا طرديًّا أم لا، وإذا كانت كذلك فاذكر ثابت التغير:

٣) قارن بين النسب وتحقق من تساويها.

الكيلومترات س	٢٥	٥٠	٧٥	١٠٠
اللترات ص	١٠	٢٠	٣٠	٤٠

$$\frac{\text{اللترات}}{\text{الكيلومترات}} \leftarrow \frac{١٠}{٢٥} = \frac{٢}{٥} \quad \frac{٢٠}{٥٠} = \frac{٢}{٥} \quad \frac{٣٠}{٧٥} = \frac{٢}{٥} \quad \frac{٤٠}{١٠٠} = \frac{٢}{٥}$$

بما أن النسب نفسها، فالدالة تمثّل تغيرًا طرديًّا، وثابت التغير يساوي $\frac{٢}{٥}$.

٤)

الساعات س	٢	٤	٦	٨
الإيرادات ص	٣٦	٥٢	٦٨	٨٤

$$\frac{\text{الإيرادات}}{\text{الساعات}} \leftarrow \frac{٣٦}{٢} = \frac{١٨}{١} \quad \frac{٥٢}{٤} = \frac{١٣}{١} \quad \frac{٦٨}{٦} = \frac{١١,٣٣}{١} \quad \frac{٨٤}{٨} = \frac{١٠,٥}{١}$$

النسب ليست نفسها، فالدالة لا تمثل تغيراً طردياً.

تحقّق من فهمك:

حدد ما إذا كانت كل دالة خطية فيما يأتي تمثّل تغيرًا طرديًّا أم لا، وإذا كانت كذلك فاذكر ثابت التغير:

جـ)

الأيام س	٥	١٠	١٥	٢٠
الارتفاع ص	١٢,٥	٢٥	٣٧,٥	٥٠

د)

الوقت س	٤	٦	٨	١٠
المسافة ص	١٢	١٦	٢٠	٢٤

إرشادات للدراسة

التغيرات الطردية

لاحظ أن منحنى التغير الطردي، الذي يمثل علاقة خطية متناسبة، هو مستقيم يمر بنقطة الأصل.

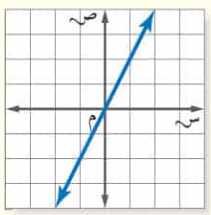
الدالة الخطية المتناسبة

ملخص المفهوم

الجدول:

س	-٢	-١	١	٢
ص	-٤	-٢	٢	٤
$\frac{\text{ص}}{\text{س}}$	٢	٢	٢	٢

التمثيل البياني:



المعادلة:

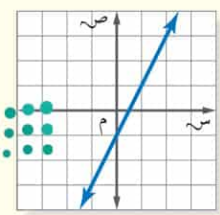
ص = ٢س

الدالة الخطية غير المتناسبة

الجدول:

س	-٢	-١	١	٢
ص	-٥	-٣	١	٣
$\frac{\text{ص}}{\text{س}}$	$\frac{٥}{٢}$	٣	١	$\frac{٣}{٢}$

التمثيل البياني:



المعادلة:

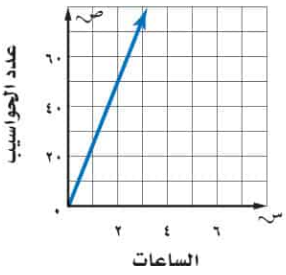
ص = ٢س - ١

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 1445

تأكّـد

المثال ١

١ تصنيع: يتغير عدد الحواسيب المصنعة تغيرًا طرديًّا مع ساعات عمل خط الإنتاج. وفقًا للشكل المجاور، ما نسبة الحواسيب المصنعة إلى ساعات الإنتاج؟



المثال ٢

٢ مواصلات: تقطع حافلة مسافة ٣٣٦ كلم في $٣\frac{١}{٢}$ ساعة. إذا افترضت أن المسافة المقطوعة تتناسب طرديًّا مع زمن السفر، فكم تقطع الحافلة في ٦ ساعات؟

المثالان ٣ ، ٤

٣ حددّ ما إذا كانت الدالة الخطية الممثلة بالجدول المجاور تمثل تغيرًا طرديًّا أم لا، وإذا كانت كذلك، فاذكر ثابت التغير.

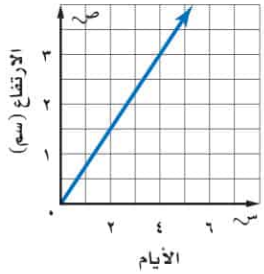
الساعات س	٢	٣	٤	٥
الكيلومترات ص	١١٦	١٧٤	٢٣٢	٢٩٠

تـدرّب وحلّ المسائل

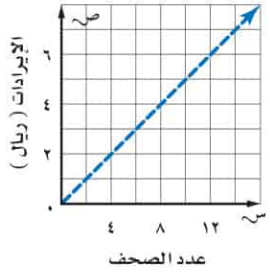
إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
٤، ٥	١
٦ – ١٠	٢
١١ – ١٤	٣، ٤

٤ تشجير: زرعت جميلة بعض البذور، وبعد أن ظهرت فوق سطح الأرض، وجدت أن ارتفاعها يتغير طرديًّا مع عدد الأيام، فما معدل نموها؟



٥ وظائف: يعمل خالد في توزيع الصحف اليومية، ويتناسب إيراده طرديًّا مع عدد الصحف التي يوزعها. فما إيراده لكل صحيفة يوزعها؟



٦ غواصات: بعد ١٠ دقائق من نزول غواصة من قارب البحث، كانت على عمق ٢٥ مترًا تحت سطح الماء. وبعد ٣٠ دقيقة أصبحت على عمق ٧٥ مترًا. فما معدل نزول الغواصة؟

٧ قرطاسية: اشترت عائلة ٣ أقلام بـ ٥ , ١٠ ريالات. وفي الأسبوع التالي اشترت ٥ أقلام أخرى من النوع نفسه بـ ٥ , ١٧ ريالًا. فما قيمة القلم الواحد؟

٨ طلاء: إذا استعمل عامر ١٢ لترًا من الدهان لطلاء ٣١٥ م^٢، و ٢٠ لترًا لطلاء ٥٢٥ م^٢ إضافيًّا، فكم لترًا من الدهان يحتاج إليه لطلاء ٨٤٠ م^٢ ؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

الربط بالحياة:
تعبر النسبة القطرية لشاشة التلفاز عن نسبة عرض الشاشة إلى ارتفاعها. وهي في الشاشات العادية ٤:٣ على حين أنها في شاشات أخرى ١٦ : ٩.

٩ **إلكترونيات:** يتناسب عرض شاشة التلفاز طرديًّا مع ارتفاعها. إذا أنتج مصنع شاشة تلفاز عرضها ٦٠سم وارتفاعها ٣٣,٧٥ سم، فأوجد ارتفاع شاشة تلفاز عرضها ٩٠ سم.

١٠ **كعك:** تحتاج روان لصُنع كعكة تكفي ١٢ شخصًا إلى $٢\frac{٣}{٤}$ كوب طحين. فكم كوبًا من الطحين تحتاج إليه لعمل كعكة لـ٣٠ شخصًا؟

حدد ما إذا كانت كل دالة خطية فيما يأتي تشكل تغيرًا طرديًّا، وإذا كانت كذلك فاذكر ثابت التغير:

١١

الصور س	٥	٦	٧	٨
الثواني ص	٢٠	٢٤	٢٨	٣٢

١٢

الدقائق س	٢٠٠	٤٠٠	٦٠٠	٨٠٠
التكلفة ص	٦٥	١١٥	١٦٥	٢١٥

١٣

العمر س	١٠	١١	١٢	١٣
الصف ص	٥	٦	٧	٨

١٤

الثمن س	١٠	١٥	٢٠	٢٥
الربح ص	٠,٧٠	١,٠٥	١,٤٠	١,٧٥

جبر: إذا كانت ص تتغير طرديًّا مع س. فاكتب معادلة التغير الطردي، ثم أوجد القيمة المطلوبة.

١٥ إذا كانت ص = −١٢ عندما س = ٩، فأوجد قيمة ص عندما س = −٤.

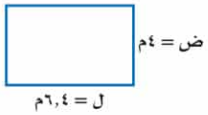
١٦ إذا كانت ص = ٨ عندما س = ٢٠، فأوجد قيمة ص عندما س = ١٠.

١٧ إذا كانت ص = −٦ عندما س = −١٤، فما قيمة س عندما ص = −٤؟

١٨ **قياس:** يتغير عدد السنتمترات طرديًّا مع عدد البوصات. أوجد طول جسم بالسنتمترات إذا كان طوله ٥٠ بوصة.

البوصات س	٦	٩	١٢	١٥
السنتمترات ص	١٥,٢٤	٢٢,٨٦	٣٠,٤٨	٣٨,١٠

١٩ **قياس:** يتغير طول المستطيل المبين في الشكل المجاور طرديًّا مع عرضه. فما محيطه عندما يصبح عرضه ١٠م؟



مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٠ **مسألة مفتوحة:** حدّد قيمًا لكلٍّ من س، ص في علاقة تغير طردي تكون فيها ص = ٩ عندما س = ١٦.

٢١ **تحدٍّ:** تتناسب كمية الطلاء المطلوبة لتغطية سطح خشبي طرديًّا مع مساحة السطح. فإذا كانت ٣ عبوات تكفي لتغطية ٢,١ م^٢. فكم عبوة تلزم لتغطية ٣,١٥ م^٢؟

٢٢ **اكتب** معادلة تغير طردي، ثم اضرب قيمة س في ٢ وفسر كيف تجد التغير في قيمة ص المناظرة.

تدريب على اختبار

٢٣ أجرى سعد تجربة في مختبر العلوم وسجلوا نتائج طول استطالة النابض (الزنبرك) كما هو مبيّن في الجدول أدناه:

طول استطالة النابض	
استطالة النابض س (سم)	كتلة الثقل (جرام)
٠	٠
٢	١٢
٥	٣٠
٩	٥٤
١٢	٧٢

أي المعادلات الآتية تعطي أفضل تمثيل للعلاقة بين استطالة النابض (س) وكتلة الثقل المعلق فيه (ص)؟

أ) ص = −٦س
ب) ص = ٦س
جـ) ص = −س/٦
د) ص = س/٦

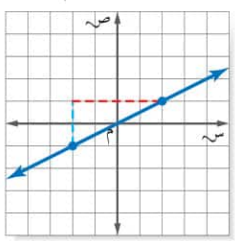
٢٤ **إجابة قصيرة:** قرأت مها ١٢ صفحة قراءة حرّة في ٣٠ دقيقة. كم صفحة ستقرأ في ٤٥ دقيقة؟

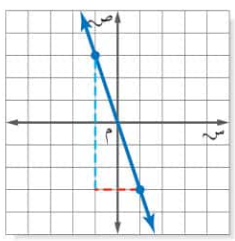
٢٥ في وصفة لصنع عصير فواكه مزجت الجوهرة ١٥٠ مل من عصير التفاح مع ٩٠ مل من عصير البرتقال. إذا صنعت عصير الفواكه مستعملة ٣٠٠ مل من عصير التفاح. فأي التناسبات الآتية يمكن استعمالها لإيجاد عدد مللترات عصير البرتقال (ل) التي ستستعملها؟

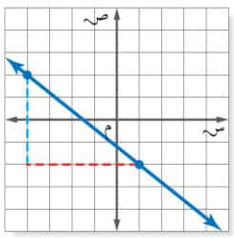
أ) ٩٠/١٥٠ = ل/٣٠٠
ب) ٩٠/٣٠٠ = ل/١٥٠
جـ) ٣٠٠/ل = ٩٠/١٥٠
د) ٩٠/ل = ١٥٠/٣٠٠

مراجعة تراكمية

أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي: (الدرس ١٠ - ٣)

٢٦


٢٧


٢٨


٢٩ **عمل:** الدالة ج = ١٥ت تصنف العلاقة بين عدد ساعات العمل (ت)، ومقدار الأجر (ج) الذي يتقاضاه صالح من عمله. مثّل الدالة بيانيًّا لتحديد مقدار الأجر الذي يتقاضاه صالح إذا عمل ٢٠ ساعة. (الدرس ١٠ - ٣)

بيّن إذا كانت كل متباينة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة في القيمة المعطاة: (الدرس ٩ - ٦)

٣٠ ١٨ − ن > ٤، ن = ١١
٣١ ١٣ + س > ٢١، س = ٨
٣٢ ٣٤ ≥ ٥ي، ي = ٧

٣٣ أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين: جـ (٢، ٣)، د (٤، ٥). (الدرس ١٠ - ٤)

الاستعداد للدرس اللاحق

٣٤ **مهارة سابقة:** قام منسق مبيعات بترتيب علب حلوى بعضها فوق بعض فوضع ٥ علب في الصف العلوي، و٧ علب في الصف الثاني أدناه، و٩ علب في الصف الثالث أدناه، وهكذا... إذا كان الترتيب الذي صف به العلب يتكون من ١٠ صفوف، فما عدد العلب التي رتبها؟ استعمل استراتيجية البحث عن نمط.

٣٥ ما الحدُّ التالي في المتتابعة الحسابية ١٠، ٧، ٤، ١، ... (الدرس ١٠ - ١)

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

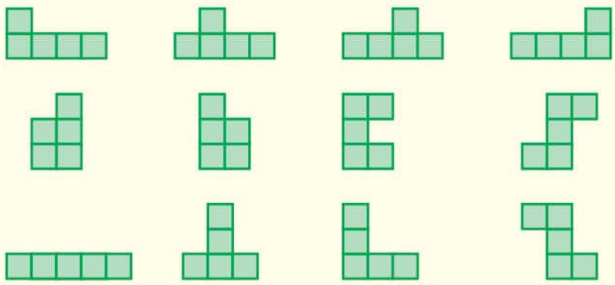
٦ - ١٠ استراتيجية حلِّ المسألة

فكرة الدرس : أحل المسائل باستعمال استراتيجية "إنشاء نموذج".

إنشاء نموذج

وليد : في معمل الحاسب، أحاول أن أصمم لعبة تتطلب أن يقوم اللاعب بترتيب خمسة مربعات.

مهمتك : أنشئُ نموذجًا لأجد عدد الطرائق الممكنة التي يمكن بها ترتيب خمسة مربعات متلاصقة جنبًا إلى جنب لتكوّن شكلًا واحدًا.

افْهَم	تعلم أنه يجب ترتيب المربعات الخمسة متلاصقة جنبًا إلى جنب. والمطلوب تحديد عدد الطرائق الممكنة لعمل ذلك.
خَطِّط	أنشئُ نموذجًا لتوضح تلك الطرائق المختلفة لترتيب المربعات.
حُلّ	 هناك ١٢ طريقة ممكنة لترتيب المربعات.
تحقَّق	تحقق من أن النماذج أعلاه تتضمن جميع الطرائق الممكنة لترتيب المربعات. ولاحظ أن الدوران فقط لا ينتج عنه طريقة جديدة، في حين أن الانعكاس قد ينتج عنه طريقة جديدة.

حلّ الاستراتيجية

١ إذا كان المطلوب من اللاعب أن يرتب ستة مربعات، فكم طريقة مختلفة يمكن بها ترتيب المربعات الستة؟

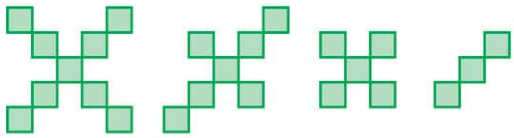
٢ **اكتب** صف متى تستعمل استراتيجية "إنشاء نموذج" في حل المسائل الرياضية.

مسائل متنوعة

استعمل استراتيجية "إنشاء نموذج" لحل المسائل ٣-٥:

٣ **تربية فنية:** ينشئ داود نموذجًا لحديقة الحي التي طولها ٩٦ مترًا، وعرضها ٧٢ مترًا. فإذا استعمل المقياس ٨ أمتار = $\frac{١}{٢}$ ١ سم، فما أبعاد نموذج الحديقة؟

٤ **أنماط:** كم مربعًا في الشكل رقم ٢٠ وفق النمط الآتي:



شكل(١) شكل(٢) شكل(٣) شكل(٤)

٥ **أطعمة:** يتم استعمال قطع مستطيلة الشكل طولها ١١ سم وعرضها $\frac{١}{٢}$ ٨ سم لصناعة علبة عصير من الكرتون، وذلك بقطع $\frac{١}{٢}$ ١ سم من رؤوس المستطيل. أوجد حجم علبة العصير.

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٦-١٣:

من استراتيجيات حل المسألة
- الرسم
- التخمين والتحقق
- إنشاء نموذج

٦ **كرة الطائرة:** جاء ٨ لاعبين للتدرب على الكرة الطائرة. كم فريقًا مكوَّنًا من ٣ لاعبين يمكن تكوينه منهم؟

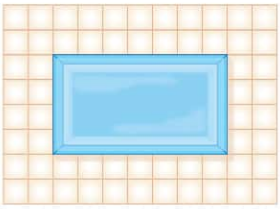
٧ **خدمات طلاب:** يقوم مكتب خدمات طلاب بتصوير الورقة المستقلة بسعر ٠,٢٠ ريالًا، وأوراق الدفاتر بسعر ٠,٢٨ ريالًا. فإذا دفع سعد ١٩ ريالًا، فكم ورقة من كل نوع قام بتصويرها؟

٨ **مطعم:** يصف مطعم طاولات للأكل مربعة الشكل متلاصقة جنبًا إلى جنب، بحيث يجلس أمام كل ضلع من أضلاع الطاولة شخص واحد. فإذا كان عدد الأشخاص ٣٢ شخصًا، فكم طاولة يحتاج إليها المطعم؟

٩ **نقود:** اقترض خالد مبلغ ٢٥٠ ريالًا من زميله، ثم أعاد إليه ٨٢ ريالًا. إذا أراد أن يعيد إليه ١٤ ريالًا كل أسبوع، فكم أسبوعًا يحتاج إليها خالد لسداد قرضه؟

١٠ **لوحات:** تريد هند تعليق ٣ لوحات عرض كلٍّ منها قدمين على جدار غرفتها، بحيث تكون المسافة بين اللوحات بعضها وبعض، وكذلك بين اللوحات ونهايتي الجدار جميعها متساوية. فإذا كان طول الجدار ١٨ قدمًا، فكم يجب أن يكون طول تلك المسافة؟

تبليط: استعمل الشكل الآتي لحل المسألتين ١١ و ١٢ الذي يوضح بلاطًا مربع الشكل طول ضلع الواحدة ١ قدم، ويحيط بحوض سباحة طوله ٧ أقدام وعرضه ٤ أقدام.



١١ باستعمال النموذج أعلاه، كم بلاطة نحتاج إليها إذا كان طول المسبح ١٨ قدمًا، وعرضه ١٢ قدمًا؟

١٢ كم بلاطة نحتاج إليها إذا كان طول المسبح ٣٢ قدمًا، وعرضه ٢٠ قدمًا؟

١٣ **غسيل:** تحتاج مها إلى مشبكين لتثبيت كل قطعة ملابس على حبل الغسيل، ويمكنها أن تثبت قطعتين متجاورتين بمشبك واحد. ما أقل عدد ممكن من المشابك تحتاج إليه لتثبيت ٨ قطع من الملابس؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

الفصل ١٠

اختبار الفصل

اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني لكل متتابعة فيما يأتي، ثم أوجد الحدود الثلاثة التالية فيها:

١) ٤، ٨، ١٢، ١٦، ...

٢) -٧، -١٤، -٢١، -٢٨، ...

أوجد قيمة كل دالة فيما يأتي:

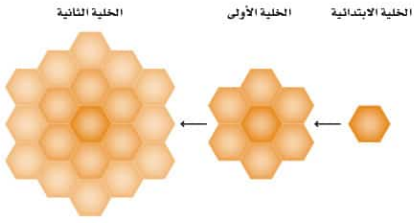
٣) د(٣) إذا كان د(س) = -٢س + ٦

٤) ق(-٢) إذا كان ق(س) = $\frac{\text{س}}{٢}$ + ٥

٥ **وظائف:** يتناسب إيراد علي من عمله طرديًّا مع زمن العمل، فإذا كان إيراده ١٨٦٢,٥ ريالًا بعد ٢٥ ساعة عمل. فكم يتقاضى إذا عمل ٣٠ ساعة؟

٦ **أمطار:** إذا كانت كمية الأمطار الهاطلة حتى الساعة ٦ مساءً ٣ سم، فإذا استمر هطل الأمطار بمقدار ٠,٥ سم لكلٍّ من الساعات الثلاث التالية. فكم سنتمترا مقدار هطل الأمطار حتى الساعة ٩ مساءً؟

٧ **خلايا النحل:** يبدأ النحل البلدي عمل الخلايا بخلية ابتدائية واحدة سداسية الشكل، ثم تقوم بعمل حلقة تلو الأخرى حول الخلية الابتدائية، كما هو موضح بالشكل أدناه، لتشكل الحلقات المتتالية حول الخلية الابتدائية متتابعة حسابية:



أ) اكتب الحد النوني الممثل لعدد الخلايا في الحلقات.

ب) أوجد عدد خلايا النحل في الحلقة السادسة.

مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا:

٨) ص = -٢ س + ٥

٩) ص = $\frac{١}{٣}$ س - ١

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط فيما يأتي:

١٠) أ(-٢، ٥)، ب(-٢، ١)

١١) هـ(٢، -١)، و(٥، -٣)

١٢ **اختيار من متعدد:** زرع عصام ١٨ زهرة في ٣٠ دقيقة. فكم زهرة يزرع في ٥٥ دقيقة بالمعدل نفسه؟

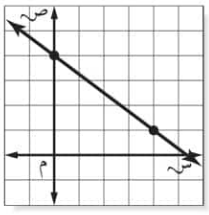
أ) ٣٠ ب) ٣٣ جـ) ٣٦ د) ٣٨

١٣ **اختيار من متعدد:** أيّ زوج مرتب فيما يأتي هو حل للمعادلة ص = -٣س؟

أ) (٣، ١) جـ) (١، ٣)

ب) (-٣، ١) د) (١، -٣)

١٤ **اختيار من متعدد:** أوجد ميل المستقيم في الشكل الآتي.



أ) $\frac{-٤}{٣}$

ب) $\frac{-٣}{٤}$

جـ) $\frac{٣}{٤}$

د) $\frac{٤}{٣}$

١٥ **درجات حرارة:** تستعمل الدالة: ف = $\frac{٩}{٥}$ س + ٣٢ لتحويل درجات الحرارة السيليزية س إلى فهرنهايتة ف. حوّل درجة الحرارة السيليزية ٢٥° إلى فهرنهايتية.

١٦ **إطار:** استعمل نجار إطارًا عرضه ١,٧٥ سم لإحاطة صورة طولها ١٥ سم وعرضها ٩ سم، أوجد محيط الإطار.

١٧ **توفير:** في حصالة خالد ٢٠ ريالًا، ويضيف لها ٥ ريالات كل أسبوع. كم ريالًا سيكون في حصالته بعد ٧ أسابيع؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 1445

الاختبار التراكمي (١٠)

القسم ١ اختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة:

١ ما العبارة التي تمثل الحد النوني في المتتابعة الموضحة في الجدول الآتي؟

الترتيب	١	٢	٣	٤	٥	ن
قيمة الحد	٠,٦	١,٢	١,٨	٢,٤	٣,٠	؟

أ) ن − ٠,٤ جـ) $\frac{٣}{٥}$ ن

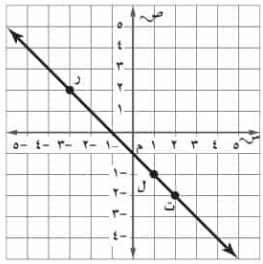
ب) $\frac{ن}{٥}$ د) ن + ٠,٦

٢ مخروط قائم ارتفاعه ١٢ سم، وحجمه ٣١٤ سم^{٣} ما طول نصف قطر قاعدته؟ (قرب إلى أقرب جزء من عشرة).

أ) ٥ جـ) ١٠

ب) ٨,٣ د) ٢٥

٣ ما العبارة الصحيحة حول ميل المستقيم $\overleftrightarrow{رت}$ ؟



أ) الميل هو نفسه بين أيِّ نقطتين.

ب) الميل بين النقطتين ر، ل أكبر من الميل بين ل، ت.

جـ) الميل بين النقطتين ر، ت أكبر من الميل بين ل، ت.

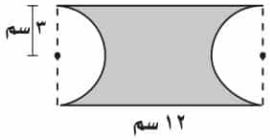
د) الميل موجب.

٤ حل المتباينة ٢ − ٥س ≥ ١٢

أ) س ≥ −٢ جـ) س ≥ ٢

ب) س ≤ −٢ د) س ≤ ٢

٥ ما مساحة الجزء المظلل في الشكل أدناه، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة؟



أ) ٧,٤ سم^{٢} جـ) ٤٣,٧ سم^{٢}

ب) ١٥,٥ سم^{٢} د) ٤١,٠ سم^{٢}

٦ تمثل المعادلة: ت = ١٢ + ٢,٥ز المبلغ ت الذي يدفعه سعود لاستعمال خدمة الإنترنت، حيث تمثل ز عدد الساعات المستعملة خلال الشهر. احسب المبلغ الكلي الذي يدفعه سعود إذا استعمل الإنترنت ٩ ساعات؟

أ) ٣٩,٩٥ ريالًا جـ) ٢٧ ريالًا

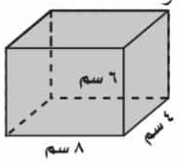
ب) ٣٤,٥٠ ريالًا د) ٢٢,٥ ريالًا

٧ تستهلك شاحنة ٢٩,٦ لترًا من الوقود في قطع ١٧١,٢ كيلومترًا. فكم لترًا تحتاج لقطع مسافة ٤٠٠ كيلومتر إضافي؟

أ) ٨٥,٨ لترًا جـ) ٣٨,١ لترًا

ب) ٦٩,٢ لترًا د) ٩٥,٣ لترًا

٨ ما المساحة الكلية لسطح المنشور الرباعي المجاور؟



أ) ١٤٤ سم^{٢} جـ) ١٩٢ سم^{٢}

ب) ١٧٦ سم^{٢} د) ٢٠٨ سم^{٢}

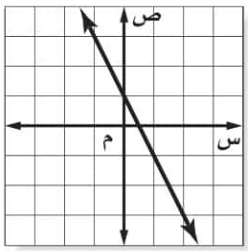
٩ أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين: (٠، −٣)، (٢، ٢).

أ) $-\frac{٥}{٢}$ جـ) $-\frac{٢}{٥}$

ب) $\frac{٥}{٢}$ د) $\frac{٢}{٥}$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

١٠ إذا كان الشكل الآتي يمثل منحنى المستقيم ص = −٢س + ١، فما الجدول الذي يعبر عن الأزواج المرتبة التي تقع على المستقيم؟



أ)

س	−٢	−١	٠
ص	٥	٣	−١

ب)

س	−٢	−١	٠
ص	٣	١	−١

ج)

س	−١	٠	١
ص	−٣	−١	١

د)

س	−١	٠	١
ص	٣	١	−١

١١ إذا كانت د (س) = ٢س − $\frac{١}{٣}$، فما قيمة د ($\frac{٢}{٣}$)؟

أ) $\frac{١}{٣}$ ج) ١

ب) $\frac{٢}{٣}$ د) $١\frac{١}{٣}$

١٢ ما أساس المتتابعة الحسابية: ٢٠، ١٦، ١٢، ٨، ...

أ) ٢٠ ج) ٢

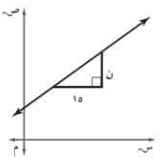
ب) ٤ د) −٤

القسم ٢ الإجابة القصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

١٣ يكلف شراء نوع من الطيور ٢٥٠ ريالًا، وتكلف العناية به ٧٠ ريالًا كل شهر لطعامه، ومستلزماته وعلاجه ورعايته وتدريبه. اكتب معادلة وحلها لإيجاد تكلفة شراء الطير والعناية به لمدة عامين.

١٤ إذا كان ميل المستقيم الموضح أدناه $\frac{٤}{٥}$، فما قيمة ن؟



١٥ يبيع محل خضار كلَّ ٣ كيلوجراماتٍ من التفاح بـ ٢١ ريالًا، فما ثمن ١٠ كيلوجرامات من التفاح نفسه؟

القسم ٣ الإجابة المطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحًا خطوات الحل:

١٦ يقدم مركز للتزلج عرضين لدخوله، فيعرض تذكرة الدخول اليومية بِـ ٤٠ ريالًا أو الاشتراك الشهري بِـ ٤٠٠ ريالٍ.

عدد مرات الدخول	١	٢	٣	٤	٥
التكلفة الكلية للدخول اليومي	٤٠	٨٠			
التكلفة الكلية للاشتراك	٤٠٠	٤٠٠			

أ) هل المتتابعة المتكونة من التكلفة الكلية للدخول اليومي تمثل متتابعة حسابية أم لا؟ فسّر إجابتك.

ب) هل المتتابعة المتكونة من التكلفة الكلية للاشتراك الشهري تمثل متتابعة حسابية أم لا؟ فسّر إجابتك.

جـ) كم مرّة يمكن لشخص دخول مركز التزلج بحيث يكون الاشتراك الشهري أفضل من الدخول اليومي؟

أتدرب

من خلال الإجابة عن الأسئلة؛ حتى أعزّز ما تعلمته من مفاهيم وما اكتسبته من مهارات.

أنا طالبٌ معدٌّ للحياة، ومنافسٌ عالميًا.

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟																
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦
فراجع الدرس	١-١٠	٥-٨	٣-١٠	٧-٩	١-٨	٢-١٠	٥-١٠	٦-٨	٤-١٠	٣-١٠	٢-١٠	١-١٠	٤-٩	٤-١٠	٥-١٠	١-١٠

وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445