

Matière : Mathématique	
Niveau scolaire : 1^{er} année collège	Leçon : DROITES REMARQUABLES DANS UN TRIANGLE

Les prérequis	Les compétences visées	Les propagations
<ul style="list-style-type: none"> • Les opérations sur les nombres décimaux, les nombres entiers. • Les nombres fractionnaires. 	<ul style="list-style-type: none"> • Construire les bissectrices, les hauteurs, les médiatrices d'un triangle ; en connaître une définition et savoir qu'elles sont concourantes. • Détermination de l'orthocentre d'un triangle. • Construction du centre du cercle circonscrit à un triangle. • Construction du centre du cercle inscrit dans un triangle. 	<ul style="list-style-type: none"> • Toutes les leçons de la géométrie • Physique

Contenu et structure de la leçon

I. Médiatrices

- 1- Médiatrice d'un segment
- 2- Médiatrices d'un triangle

II. Hauteurs d'un triangle

III. BISSECTRICES

1. Bissectrice d'un angle
2. Bissectrice d'un triangle

Les outils didactiques

- Manuel
- Tableau
- Des séries d'exercices
- Les instruments de géométrie (règle - l'équerre- compas)

Activité 1

- Tracer un segment $[AB]$ et son milieu I .
- Tracer la droite (d) perpendiculaire à (AB) en I
« la droite (d) est appelée la **Médiatrice** du segment $[AB]$ »
- Placer un point M sur (d) . à l'aide du compas, comparer les distances MA et MB .
- Que remarque-t-on ?

I. Médiatrices:

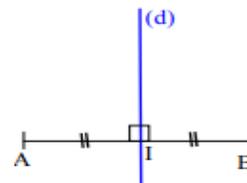
1. Médiatrice d'un segment

Définition

La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu

Exemple :

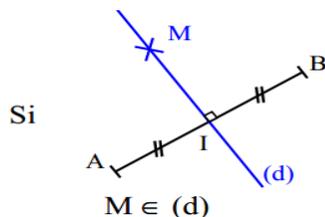
(d) est la médiatrice du segment $[AB]$ signifie I est le milieu de $[AB]$, $I \in (d)$ et $(d) \perp (AB)$



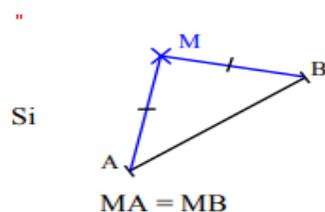
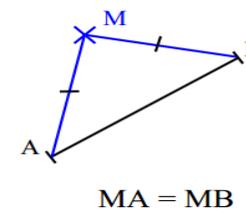
Propriété fondamentale :

- Tous les points de la médiatrice sont **équidistants** des deux extrémités du segment.
- Si un point est **équidistance** des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

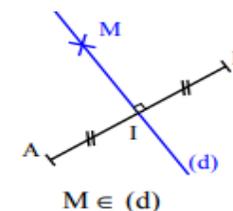
Exemple :



Alors



Alors



Exercice d'application

Construis le triangle ABC tel que $AB= 9\text{cm}$; $BC= 8\text{cm}$ et $AC=6,5 \text{ cm}$.

Construis ensuite le cercle circonscrit au triangle ABC .

Activité 2

Tracer un triangle ABC

- 1- Tracer (d) et (d'), les médiatrices respectives de [AB] et [AC].
- 2- Soit O le point d'intersection de (d) et (d').
 - a- Tracer le cercle (C) de centre O et de rayon OA.
 - b- Montrer que (C) passe par B et C.
 - c- En déduire que (d''), la médiatrice de [BC] passe par O.

Le point O est appelé **le centre du cercle circonscrit** au triangle ABC

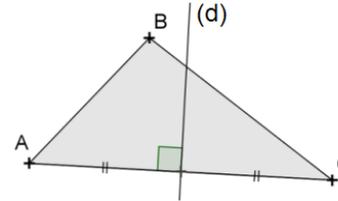
2. Médiatrices d'un triangle :

Définition

Les médiatrices d'un triangle sont les médiatrices des côtés de ce

Exemple :

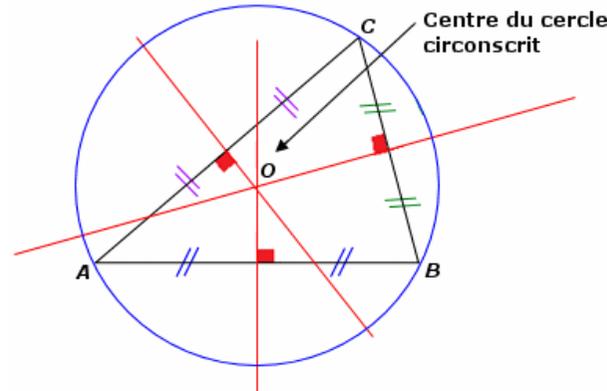
La droite (d) est une médiatrice du triangle ABC



Propriété :

Les médiatrices des cotés d'un triangle sont **concourantes**. Leur point de concours s'appelle **le centre du cercle circonscrit** au triangle.

Exemple



Remarque

Pour construire **le centre du cercle circonscrit**, il suffit de tracer deux médiatrices de ce triangle.

II. Hauteurs d'un triangle

Définition

Dans un triangle, une hauteur est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

Exercice d'application



Placez le point C tel que H soit l'orthocentre de ABC.

Activité 3

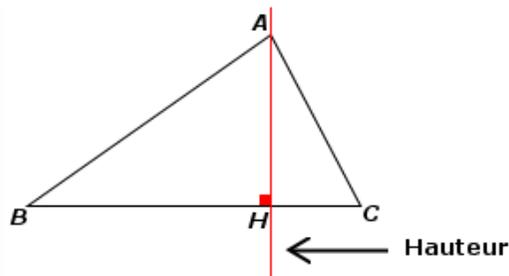
Soit ABC un triangle quelconque.

- 1- Tracer la droite (d_1) passant par A et perpendiculaire à la droite (BC) .

(d_1) est appelée la hauteur relative au côté $[BC]$.

- 2- Trace les deux autres hauteurs du triangle ABC .

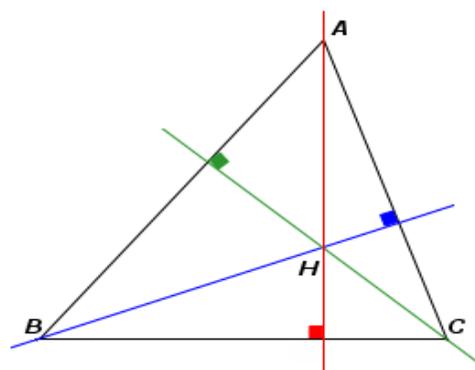
Exemple :



Propriété :

Les hauteurs d'un triangle sont concourantes, Leur point de concours s'appelle **l'orthocentre** du triangle.

Exemple :



H est l'orthocentre du triangle ABC

Remarque :

Pour construire **l'orthocentre d'un triangle**, il suffit de tracer deux hauteurs de ce triangle.

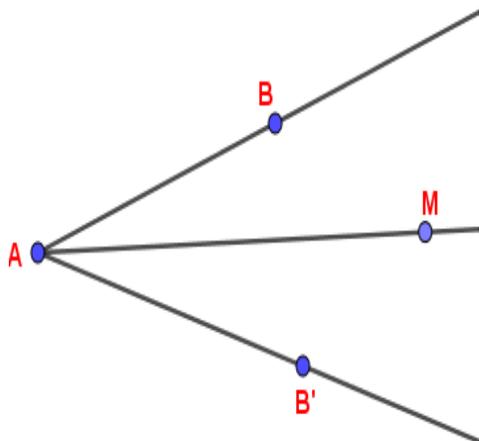
III. BISSECTRICES

1. Bissectrice d'un angle

Définition

La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.

Activité 4

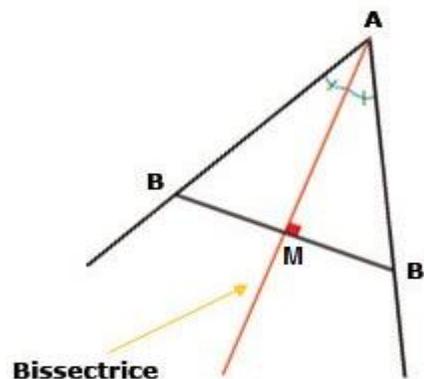


- 1- A l'aide d'un rapporteur, mesurer les angles $\widehat{BAB'}$, \widehat{BAM} et $\widehat{B'AM}$.
- 2- a) que peut-on dire des mesures des angles \widehat{BAM} et $\widehat{B'AM}$.
b) que peut-on dire des mesures des angles $\widehat{BAB'}$ et \widehat{BAM} .

La demi-droite [AM) est appelée la bissectrice de l'angle $\widehat{BAB'}$

Exemple :

La demi-droite [AM) Est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAB'}$

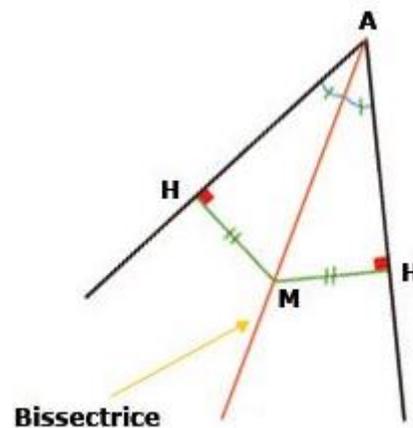


Propriété :

Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant des côtés de cet angle.

Exemple :

le point M appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{HAH'}$ donc $MH = MH'$



Exercice d'application

- Construis un triangle ABC.
Construis ensuite le cercle inscrit au triangle ABC.

Activité 5

- 1- Tracer un triangle ABC.
- 2- Construire les trois bissectrices du triangle ABC.

On appelle I le point d'intersection de ces bissectrices.

Soit E, F et K les projections orthogonales de I sur [AB], [AC] et [BC] respectivement.

- 3- Tracer le cercle de centre I et qui passe par E.
 - Que remarque-t-on ?

Le point I est appelé **le centre du cercle inscrit** dans le triangle ABC.

2. Bissectrice d'un triangle

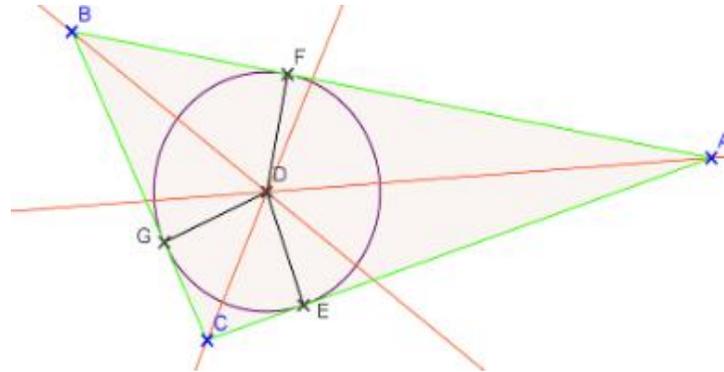
3. Définition

Une bissectrice d'un triangle est une bissectrice de l'un de ses angles.

Propriété :

Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes. Leur point d'intersection est **le centre du cercle inscrit** dans le triangle.

Exemple :



Remarque :

Pour construire **le centre du cercle inscrit**, il suffit de tracer deux bissectrices de ce triangle.