Matière : Mathématiques
Niveau : 1ASCG
Durée : 6h

Triangles

COMPÉTENCES EXIGIBLES

- Construire un triangle connaissant :
  - la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents,
  - les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés,
  - les longueurs des trois côtés.
- Sur papier uni, reproduire un angle au compas.
- Connaître et utiliser, dans une situation donnée, le résultat sur la somme des angles d'un triangle. Savoir l'appliquer aux cas particuliers du triangle équilatéral, d'un triangle rectangle, d'un triangle isocèle.
- Connaître et utiliser l'inégalité triangulaire.

ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES

On remarquera, dans chaque cas où la construction est possible, que lorsqu'un côté est placé, on peut construire plusieurs triangles, deux à deux symétriques par rapport à ce côté, à sa médiatrice.

On rencontrera à ce propos l'inégalité triangulaire, $AB + BC \geq AC$ dont l'énoncé sera admis. Le cas de l'égalité $AB + BC = AC$ sera commenté et illustré.

On admet que la somme des angles d'un triangle est 180°

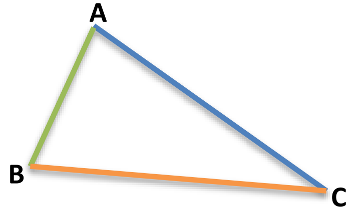
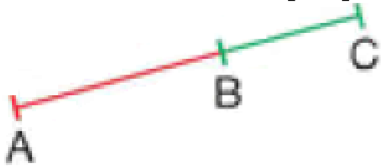
On utilise la propriété caractéristique pour construire des triangles.

EXTENSIONS

- Les droites remarquables dans un triangle
- Le triangle rectangle et le cercle
- Théorème de Pythagore
- Trigonométrie

PRE-REQUIS

- Les angles
- Mesurer et comparer les longueurs
- Parallélisme et perpendicularité
- La symétrie axiale

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
L'inégalité triangulaire	**Activité 1:** 1-Place 3 points non alignés $A, B\ et\ C$ a) Compare AB et $AC + BC$ b) Compare AC avec $AB + BC$ c) Compare BC avec $AC + AB$ 2-Construis, si c'est possible, le triangle ABC dans chaque cas : 1^{er} cas : AC=4 cm, AB=3 cm et BC=6 cm $2^{ième}$ cas: AC=8 cm, AB=4 cm et BC =3 cm $3^{ième}$ cas : AC=2 cm, AB=5 cm et BC=4 cm $4^{ième}$ cas : AC=8 cm, AB=2 cm et BC=3 cm 3- à l'aide de la $1^{ère}$ question, quelle condition doivent vérifier les longueurs d'un triangle afin de le construire ?	**I- Inégalité triangulaire** **Règle:** Quels que soient les points A, B et C, on a : $\boldsymbol{AB + BC > AC}$ **Propriété:** Dans un triangle, la somme des longueurs de deux côtés est supérieure à la longueur du troisième côté. **Exemple :** AC < **AB + BC** AB < **AC + BC** BC < **AC + AB**  **Conséquence:** Pour savoir s'il est possible de construire un triangle, il suffit de vérifier que la plus grande longueur est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés. **Cas d'égalité:** ►Si A, B et C sont trois points tels que $\boldsymbol{AB} + \boldsymbol{BC} = AC$, alors le point B appartient au segment [AC]. Autrement : les points A, B et C sont alignés. **Remarque :** B n'est pas nécessairement le milieu de [AC] 	**Application 1:** Dans chaque cas, dire s'il est possible de construire un triangle ABC : **a.** AB = 9cm, BC = 5 cm, AC = 1 cm. **b.** AB=6,5cm, BC =7cm, AC = 5 cm. **c.** AB = 3,7 cm, BC = 2,3 cm, AC = 6 cm.

<table>
<tr><th>Objectif</th><th>Activités</th><th>Contenu de cours</th><th>Applications</th></tr>
<tr>
<td>Somme des angles d’un triangle</td>
<td>
Activité 2 :

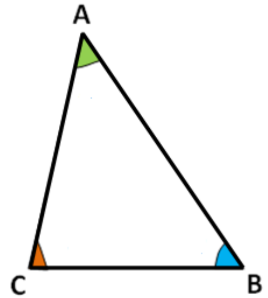
1. Trace un triangle ABC
2. Mesure ses angles $A\hat{B}C, A\hat{C}B$ et $B\hat{A}C$
3. Calcule la somme des angles du triangle ABC
4. Compare tes résultats avec celles de tes camarades. Que peut-on déduire ?
</td>
<td>

II- Somme des angles d’un triangle :

Règle :

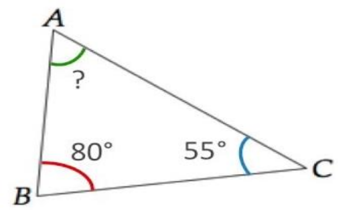
> Dans un triangle, la somme des mesures des angles fait 180°

Exemple 1 :



$B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180°$

Exemple 2 :



Calculons la mesure de l’angle BAC :

On sait que la somme des mesures des angles d’un triangle vaut 180°

Donc : $B\hat{A}C + A\hat{B}C + B\hat{C}A = 180°$

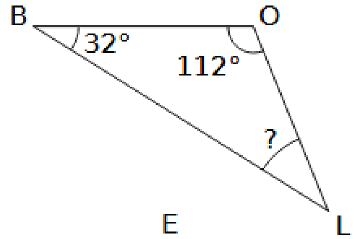
D’où : $B\hat{A}C = 180° - A\hat{B}C - B\hat{C}A$

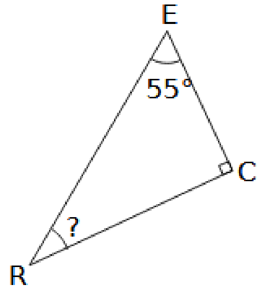
$B\hat{A}C = 180° - 80° - 55°$

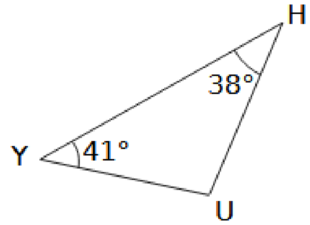
$B\hat{A}C = 45°$
</td>
<td>

Application:

Calcule, pour chaque triangle, la mesure d'angle manquante :







</td>
</tr>
</table>

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications

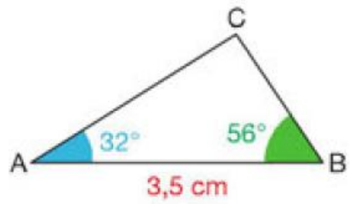
III- Construction de triangles :

On peut construire un triangle lorsque l'on connaît :

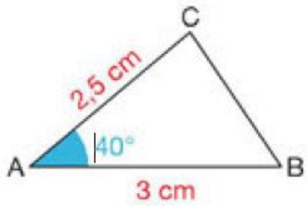
❶ la longueur d'un côté et les mesures des deux angles qui lui sont adjacents ;
❷ les longueurs de deux côtés et la mesure de l'angle compris entre ces côtés ;
❸ les longueurs des trois côtés (dans le cas où la somme des deux plus petites longueurs est supérieure à la troisième longueur).

Exemples

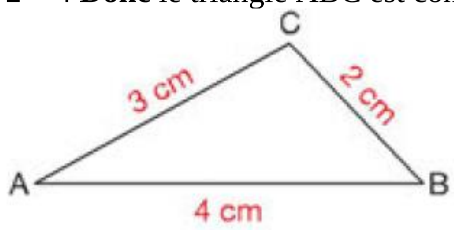
1 ABC est un triangle tel que $AB = 3{,}5\ cm$, $B\hat{A}C = 32°$ et $A\hat{B}C = 56°$:



2 ABC est un triangle tel que $AB = 3\ cm, AC = 2{,}5\ cm$ et $B\hat{A}C = 40°$:



3 ABC est un triangle tel que $AB = 4\ cm, BC = 2\ cm\ et\ AC = 3\ cm$:
Puisque : 3 + 2 > 4 **Donc** le triangle ABC est constructible



Application :

1. Construis un triangle ABC tel que : AB=8cm ; BC = 7cm et AC= 6cm
2. Construis un triangle EFG tel que : EF= 5cm ; EG=6cm et $F\hat{E}G = 50°$
3. Construis un triangle HIJ tel que : HI=9cm ; $I\hat{H}J = 70°$ et $H\hat{I}J = 30°$

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications

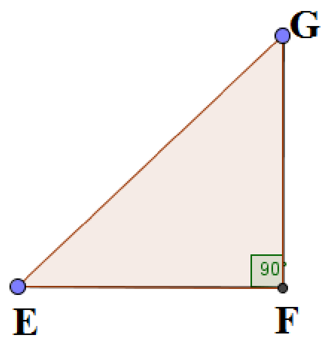
Objectif

Connaître et construire les triangles particuliers :
-Rectangle
-Isocèle
-Equilatéral

Activités

Activité 3 :

On donne le triangle EFG suivant :



1. Quelle est la nature de ce triangle ?
2. Mesure les angles $F\hat{E}G$ et $F\hat{G}E$ puis calcule la somme $F\hat{E}G + F\hat{G}E$
3. Que peut-on dire des angles $F\hat{E}G$ et $F\hat{G}E$?

Contenu de cours

IV- Triangles particuliers :

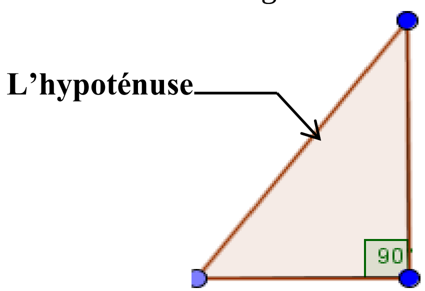
1. Le triangle rectangle :

Définition :

> Le triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit

Remarque :

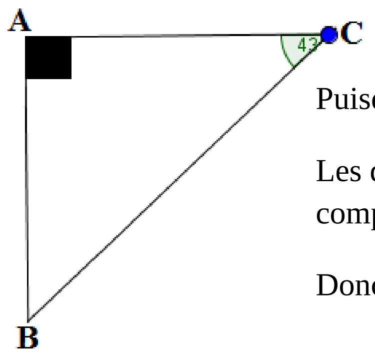
Le côté opposé à l'angle droit s'appelle **l'hypoténuse** : c'est le plus grand des trois côtés du triangle.



Propriété1 :

> Les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires

Exemple:



Puisque le triangle ABC est rectangle en A

Les deux angles aigus $A\hat{B}C$ et $A\hat{C}B$ sont complémentaires :

Donc : $A\hat{B}C = 90° - 43° = 47°$

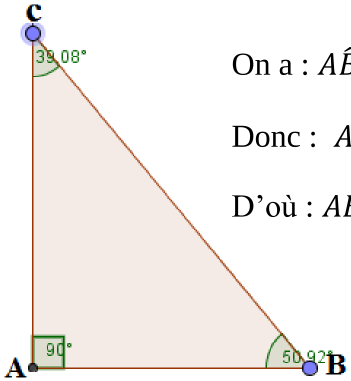
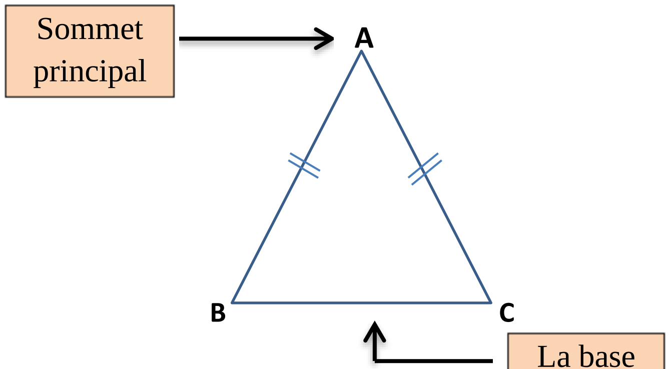
Applications

Application :

ABC est un triangle rectangle en A

Reproduis et complète le tableau suivant :

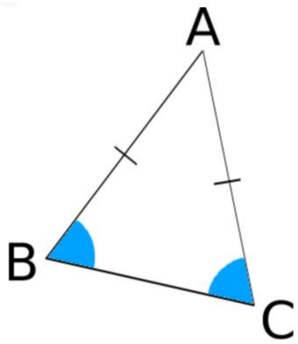
ABC	53°	....	...	8°
ACB	....	71°	39°	...

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
	Activité 4 : **1.** Construis un triangle isocèle ABC en A **2.** Mesure les angles à la base du ABC. Qu'observez-vous ?	**Propriété 2 :** Si un triangle possède deux angles complémentaires alors il est rectangle **Exemple :**  On a : $A\hat{B}C + A\hat{C}B = 50.92° + 39.08° = 90°$ Donc : $A\hat{B}C$ *et* $A\hat{C}B$ sont complémentaires D'où : ABC est un triangle rectangle en A **2. Le triangle isocèle :** **Définition** Le triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés égaux. **Exemple :**  On a : ABC est un triangle isocèle en A Donc AB = AC	**Application :** On donne le triangle EFG tel que : $E\hat{F}G = 20°$ et $G\hat{E}F = 70°$ Détermine la nature du triangle EFG. **Application :** Est-ce qu'on peut construire un triangle isocèle dont la longueur de l'un de ses côtés est 4 cm et son périmètre vaut 28 cm ?

Propriété 1

> Dans un triangle isocèle, les angles à la base sont égaux.

Exemple :



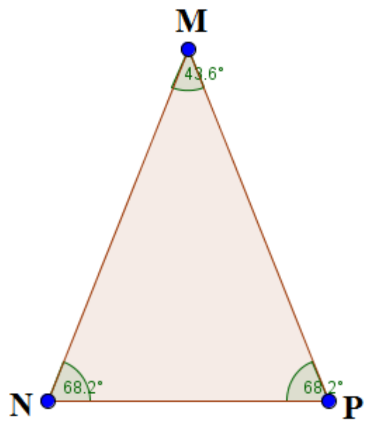
On a : ABC triangle isocèle en A

Donc $A\hat{B}C = A\hat{C}B$

Propriété 2

> Si un triangle a deux angles égaux alors il est isocèle.

Exemple :



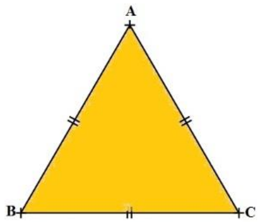
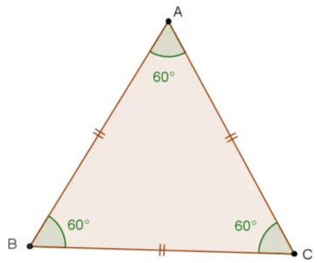
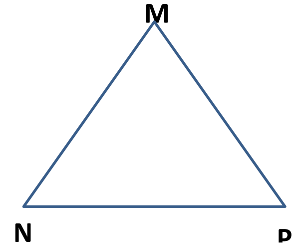
On a : $M\hat{N}P = M\hat{P}N = 68.2°$

Donc : le triangle MNP est isocèle

Application:

1-consctuis un triangle isocèle en A tel que : $B\hat{A}C = 100°\ et\ AB = 5\ cm$

2-Calcule la mesure de l'angle $A\hat{B}C$

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
	Activité 5 : **1.** Construis un triangle équilatéral ABC **2.** Compare les angles de ce triangle **3.** Détermine la mesure de chaque angle.	### 3. Le triangle équilatéral : **Définition :** Le triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés égaux. **Exemple :**  On a : ABC un triangle équilatéral Donc : $AB = AC = BC$ **Propriété 1 :** Si un triangle est équilatéral alors chaque angle mesure 60° **Exemple :** 	**Application :** On donne la figure suivante, tel que $MN = NP = PM$  Calcule la mesure des angles : $\widehat{MNP}$, $\widehat{MPN}$ et $\widehat{MPN}$ sans rapporteur