Les Nombres Relatifs
PRODUIT ET RAPPORT

Les Orientations Pédagogiques	Les compétences
• Présenter les propriétés de la multiplication à partir des exemples • Après la définition de l'inverse d'un nombre et grâce à l'utilisation de la calculatrice, on peut constater que le quotient de deux nombres relatifs, est le produit du premier par l'inverse du deuxième • La technique de division est utilisée pour déterminer les valeurs approchées par défaut et par excès • la calculatrice est considérée comme outil pour traiter les concepts précédents	∴ Calcul le produit de deux nombres relatifs ∴ Calculer le produit de plusieurs nombres décimaux relatifs ∴ Maitrise des règles des signes ∴ Calculer le quotient de deux nombres relatifs ∴ Calculer la valeur approximative d'un quotient de deux nombres relatifs ∴ Cadrer le quotient deux décimaux relatifs ∴ Reconnaitre la puissance d'un nombre relatif ∴ Utiliser les propriété des puissances ∴ Reconnaitre la puissance de 10 et ses propriétés ∴
Les prés-requis	**Les extensions**
• Calculer la somme et la différence de deux décimaux relatifs • Calcul du produit et quotient des nombres décimaux et naturels Calculer la valeur approximative d'un quotient.	∴ Les nombres rationnels ∴ Calcul littéral ∴ Développement et factorisation ∴ Les équations
Les outils Didactiques	**Durée**
∴ Le manuel ∴ La calculatrice ∴ Le tableau	∴ 8 heures

Objectifs	Activités du cours	Durée	Observation/Tâches d'enseignant/d'élève
Produit de deux nombres décimaux relatifs	**I- Multiplication et division de nombres relatifs** **Activité 01 :** 1) Calculer et compléter les pointillés avec le nombre convenable : $A = (+2) + (+2) + (+2)$ = …… $= (+2) \times$….. = …… $B = (-2) + (-2) + (-2)$.= …… $= (-2) \times$….. = …… $C = (-1,2) + (-1,2) + (-1,2)$ = …… $= (-1,2) \times$….. = …… $D = (-5,1) + (-5,1) + (-5,1) + (-5,1) + (-5,1)$ = …… $= (-5,1) \times$….. 2) déduire le signe du produit de deux nombres relatifs de signes contraire. 3) observer puis calculer les produit suivantes : $(-2) \times (-2) = (+8)$; $4 \times 5 = 20 = (+4) \times (+5)$ $E = 10,5 \times 2,4$ $F = (-3) \times (-7)$ $G = (-2,5) \times (-2)$ **1) PRODUIT DE NOMBRES RELATIFS** **a) Produit d'un nombre relatif par (-1)** *Règle de calcul :* Calculer le **produit** d'un nombre relatif **par (-1)** revient à prendre son **opposé**. *Exemples :* $(-1) \times (+5) = -5$ $(-1) \times (-3,5) = +3,5 = 3,5$ $(-1) \times 0 = 0$ $(-1) \times (-1) = +1 = 1$ Produit d'un nombre négatif par un nombre positif *Règle de calcul* Calculer le **produit** d'un nombre **négatif** par un nombre **positif** :	20 min	

	¤ Le résultat est un **négatif** ¤ On calcule le **produit des distances à zéro.** *Exemples :* $(-3) \times (+6) = -3 \times 6 = -18$ $(+5{,}5) \times (-2) = -\ 5{,}5 \times 2 = -11$ **b) Produit de deux nombres négatifs** *Règle de calcul :* Calculer le **produit** de deux nombres **négatifs**: ¤ Le résultat est un **positif** ¤ On calcule le **produit des distances à zéro**. *Exemples :* $(-5) \times (-3) = +\ 15 = 15$ $\quad$ $(-2{,}3) \times (-\ 7{,}2) = +\ 16{,}56 = 16{,}56$		
Calculer le produit de 2 nombres relatifs	**Application 01 :** Calculer : $2{,}4 \times (-2)\ ;\ (+8) \times (+2)\ ;\ (-5) \times (-3)$ $7 \times (-6)\ ;\ (-\ 3{,}1) \times (-0{,}2)\ ;\ (-9) \times 3$	15 min	
Multiplier un nombre relatif par -1 ou 1 ou 0	**Application 02 :** Complète les pointilles suivantes : $(-158) \times \ldots = -158\ ;\ (-37) \times \ldots = 37$ $52 \times \ldots . = 0\ ;\ (-1) \times \ldots .. = 1$ $(-1) \times \ldots = 23\ ;\ 1 \times \ldots . = 87$	5 min	
Produit de plusieurs nombres décimaux relatifs	**Activité 02 :** 1) calculer les expressions suivantes : $A = (-5) \times (-2)\ ;\ B = (+4) \times (-2))\ ;\ C = (+4) \times (-2)$ 2) calculer $A \times B$ puis déterminer le signe du produit 3) combien on a de nombres négatifs sur le produit $A \times B$	20 min	

4) calculer $A \times \mathrm{B} \times \mathbf{C}$ puis déterminer le signe du produit

5) combiner on a de nombres négatifs sur le produit $A \times \mathrm{B} \times \mathbf{C}$

6) déduire une règle pour déterminer le signe de plusieurs nombres relatifs

a) Généralisation à un produit quelconque :

Règle des signes :

Si dans une multiplication il y a :

- ¤ Un nombre **pair** de facteurs **négatifs**, le produit est **positif**.
- ¤ Un nombre **impair** de facteurs **négatifs**, le produit est **négatif**.

Rappel : Dans une **multiplication**, on **peut changer** l'ordre des facteurs.

Division de deux nombres décimaux relatifs

Activité 03 :

Recopier et compléter :

- $\underbrace{9}_{Positif} \times \underbrace{7}_{Positif} = \underbrace{63}_{Positif}$ donc $\underbrace{63}_{Positif} \div \underbrace{9}_{Positif} = \underbrace{7}_{Positif}$
- $\underbrace{-9}_{négatif} \times \underbrace{\dots\dots}_{\dots\dots\dots} = \underbrace{63}_{Positif}$ donc $\underbrace{63}_{Positif} \div \underbrace{-9}_{négatif} = \underbrace{\dots\dots\dots}_{\dots\dots\dots\dots\dots}$
- $\underbrace{-9}_{\dots\dots\dots} \times \underbrace{\dots\dots\dots}_{\dots\dots\dots} = \underbrace{-63}_{\dots\dots\dots\dots}$ donc $\underbrace{-63}_{\dots\dots\dots\dots} \div \underbrace{-9}_{\dots\dots\dots\dots} = \underbrace{\dots\dots\dots}_{\dots\dots\dots\dots}$
- $\underbrace{9}_{\dots\dots\dots} \times \underbrace{\dots\dots\dots}_{\dots\dots\dots} = \underbrace{-63}_{\dots\dots\dots\dots}$ donc $\underbrace{-63}_{\dots\dots\dots\dots} \div \underbrace{9}_{\dots\dots\dots\dots} = \underbrace{\dots\dots\dots}_{\dots\dots\dots\dots}$

Enoncer une conjecture concernant le signe du quotient :

- De deux nombres de meme signe.
- De deux nombres de signes contraires.

20 min

1) QUOTIENT DE NOMBRES RELATIFS

c) Inverse d'un nombre relatif

Définition :

L'inverse d'un nombre relatif « a » est le nombre qui vérifie a × … = 1

On le note $\frac{1}{a} = a^{-1}$.

On a $\mathbf{a \times \frac{1}{a} = 1}$ **et** $\mathbf{\frac{1}{a} \times a = 1}$

On écrit $\mathbf{a \times a^{-1} = 1}$ **et** $\mathbf{a^{-1} \times a = 1}$

Exemples :

L'inverse de 3 est $\frac{1}{3}$ car $3 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 3 = 1$

On note $3^{-1}=1/3$.

Remarque :

Un nombre et son inverse ont le même signe.

a) Quotient de deux nombres relatifs

Rappels :

Diviser un nombre par « b » revient à le multiplier par l'inverse de « b » :

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$$

Exemples :

$\frac{4}{3} = \cdots$ $\frac{5}{7} = \cdots$

15 min

Règle des signes pour un quotient de deux nombres relatifs :

Calculer le **quotient** de deux nombres relatifs :

- ¤ On détermine le signe du résultat par la règle des signes
- ¤ On calcule le quotient des distances à zéro

Exemples :

$\frac{-1}{2} = -\left(\frac{1}{2}\right) = -0,5$ $\frac{2}{-5} = -\left(\frac{2}{5}\right) = -0,4$ $\frac{-25}{-10} = +\left(\frac{25}{10}\right) = 2,5$

1) SUITES D'OPERATIONS ET PRIORITES

10 min

Règle de calcul :

	Dans une suite de calculs, on effectue dans cet ordre : ¤ Les opérations **entre parenthèses** en commençant par celles qui sont le **plus à l'intérieur**, ¤ Les **multiplications** ou **divisions** dans le sens de la lecture, ¤ Les **additions** ou **soustractions** dans le sens de la lecture. *Exemples :* -7 + 3 × (-2) = 3 × (-5) - 7 × (-6) = (-6 × (1 + 2) + 4) : (-2) =		
Signe d'un produit	**Application 01 :** Détermine le signe des produits suivants : $A = (-13) \times 12 \times (-103) \times (-51) \times (-27)$ $B = (-7) \times (-5) \times (-60) \times 14{,}3 \times (-2)$ $C = -180{,}2 \times 32 \times (-5{,}4) \times (-6)$ $D = (-5) \times (-6) \times (-41{,}2) \times (-8) \times (-83) \times (-9)$	5 min	
Calculer le quotient de 2 nombres relatifs	**Application 02 :** Effectue les calculs suivants : $12 \div (-3)$; $(-25) \div (-5)$; $(-48) \div 8$ $76 \div (-3)$; $(-13) \div 2$; $(-8) \div (-5)$ $121 \div (-11)$	15 min	

Puissance d'un nombre relatif :

I- La Puissance

20 min

Activité 04 :

→ La notion <puissance> est utilisée pour remplacer des produits comme dans les exemples suivants :

- $3 \times 3 \times 3 = 3^3$qui se lit <3 à la puissance 3 >
- $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 2^5$qui se lit <6à la puissance 5>

→ Écrire sous la forme d'une puissance :

- $A = (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)$
- $B = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$
- $C = (14{,}4) \times (14{,}4) \times (14{,}4)$

1) LA PUISSANCE D'UN NOMBRE RELATIF :

Définitions

Soit n un nombre entier positif, et a un nombre relatif non nul :

Le nombre : $\mathbf{a^n}$ est lu « a à la puissance n ». tel que : $\mathbf{a^n} = \underbrace{\mathbf{a \times a \times a \times \ldots\ldots \times a}}_{\mathbf{n\ facteur}}$

a est appelé la **base**

n est appelé l'**exposant**.

Remarque : En particulier : $a^{-1} = \frac{1}{a}$ et $a^1 = a$ et $a^0 = 1$

Signe d'une puissance:

20 min

Exemple 1 : Donne l'écriture décimale de nombre : 2^4

$\mathbf{2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16}$

Activité 05 :

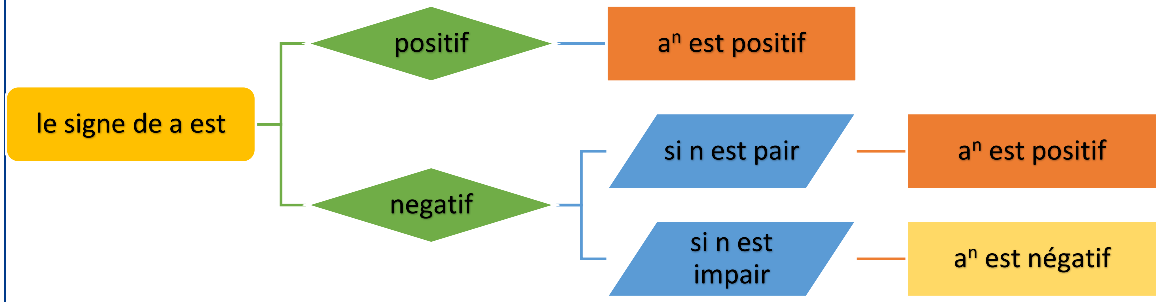
n	1	2	3	4	5	6
$(-2)^n$						
5^n						
$(-3)^n$						

1. Compléter le tableau.
2. Ce que vous concluez à propos du signe d'une puissance ?.

PROPRIETES DES PUISSANCES :

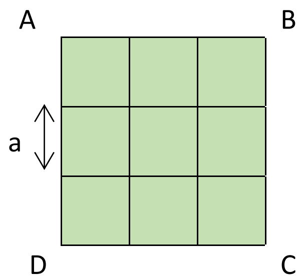
2) SIGNE D'UNE PUISSANCE

Pour déterminer le signe de la puissance a^n on suive le diagramme suivant :



20 min

Activité 05



1. Calculer la surface de carré ABCD par deux méthodes différentes
   Il a conclu que : $(3a)^2 = 3^2a^2$
2. Compléter :

$$10^{\cdots} = 10^2 \times 10^3$$
$$6^6 = 2^{\cdots} \times 3^{\cdots}$$

3. Calculer :

$$E = 2^2 \times 2^3$$
$$F = 4^3 \times 4^4$$

4. Calculer:

$$G = (2^3)^2$$
$$H = (5^2)^4$$

10 min

Calculer une puissance Le signe d'une puissance	**II- PROPRIETES DES PUISSANCES :** (tableau ci-dessous) **III- PUISSANCES DE 10 :** (tableau ci-dessous) **Application 01 :calculer** 2^3 ; $(-6)^2$; $(1{,}2)^4$; $(0{,}6)^2$; $(0{,}1)^5$; 15^0 ; $(1{,}25)^2$; $(-2)^4$ **Application 02 : Ecrire sous forme de puissance** 9 ; 36 ; 25 ; 27 ; 10000 ; 121	10 min 10 min	

II- PROPRIETES DES PUISSANCES :

Produit		**Puissance de puissance**
$a^n \times a^m = a^{n+m}$	$a^n \times b^n = (a \times b)^n$	$(a^n)^m = a^{nm}$
Exemple : $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$	**Exemple :** $(-5)^4 \times 2^4 = (-5 \times 2)^4$	**Exemple :** $(6^2)^5 = 6^{2\times 5} = 6^{10}$
Quotient		
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	
Exemple : $\frac{8^7}{8^4} = 8^{7-4} = 8^3$	**Exemple :** $\frac{18^6}{3^6} = \left(\frac{18}{3}\right)^6 = 6^6$	

III- PUISSANCES DE 10 :

Produit	***Inverse***	***Quotient***	**Puissance de puissance**
$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$	$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$	$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$	$(10^m)^n = 10^{m\times n}$
Exemple : $10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$ $= 100000$	**Exemple :** $\frac{1}{10^7} = 10^{-7}$ $= 0.0000001$	***Exemple :*** $\frac{10^7}{10^4} = 10^{7-4}$ $= 10^3 = 1000$	**Exemple :** $(10^{-5})^2 = 10^{-5\times 2} = 10^{-10}$

Ecrire sous forme de puissance	**Application 03 :** Déterminer le signe des puissances suivantes : $(-2)^{2003}$; $(-5{,}2)^{2004}$; $(-1)^{27}$; $(-4{,}6)^{36}$; $(-0{,}1)^{5}$; 15^{41} ; $-(10{,}5)^{6}$; $(-2)^{4}$; $(-0{,}0005)^{7}$	5 min	
Ecrire sous forme de puissance de 10	**Application 04 :** Ecrire sous forme de puissance $3^7 \times 3^2$; $2^4 \times 5^4$; $11^5 \times 11^7$; $(-2)^3 \times (-2)^6$; $(12^3)^6$; $((-7)^2)^5$ $\frac{15^{13}}{15^2}$; $\frac{(-14)^3}{7^3}$; $\frac{5^{10}}{5^8}$; $\frac{9^6}{2^6}$	15 min	
	Application 05 : Ecrire sous forme de puissance de 10 $10^7 \times 10^2$; $10^4 \times 10^4$; 1000×10^7 $(10^3)^6$; $((10)^2)^5 \times 10^6$; $\frac{10^{13}}{10^2}$; $\frac{10^9}{10^7}$	15 min	